Evidenz und Eigenrealität

1. Dieser Aufsatz setzt natürlich „Evidenz und Eigenrealität“ (Toth 2008) voraus. Ausgangspunkt dieser kurzen und vor allem technischen Ergänzungen sind Benses Bestimmung von Evidenz im Sinne von „Mitführung der Selbstgegebenheit“ von Zeichen (Bense 1979, S. 43) sowie Gfessers kontroverser Satz „Wie die Evidenz in den Dingen, verschwindet die Eigenrealität in den Zeichen“ (1990, S. 133).

2. Die maximale Evidenz, die man mit Hilfe eines semiotischen Systems erreichen kann, steckt in der Menge der über der allgemeinen Objektrelation

OR = ($\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{I}$)

konstruierten Objektklassen. Da die ontologischen Kategorien zu den semiotischen Kategorien der bekannten Peirceschen Zeichenrelation

ZR = (M, O, I)

korrelativ sind wegen vermöge der Tatsache, dass die drei ontologischen Kategorien „triadische Objekte“ (Bense/Walther 1973, S. 71) sind kraft ihres relativen Bezugs zu den drei Fundamentalkategorien, kann man diese Objektklassen ähnlich die Zeichenklassen einführen, nämlich mit dem abstrakten Schema

OKL = {OKl: Okl = ($\mathcal{I}$.a Ω.b $\mathcal{M}$.c) mit a, b, c $\in$ {$\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{I}$}},

sodass sich also 3^3 = 27 Objektklassen ergeben, die nicht durch das für Zeichenklassen gültige Inklusionsgesetz (a $\leq$ b $\leq$ c) restringiert sind, da die ontologischen im Gegensatz zu den semiotischen Kategorien nicht eingeschschachtelt sind (vgl. Bense 1979, S. 53, 67). Natürlich kann man ferner statt ($\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{I}$) auch (1, 2, 3) schreiben, um OKL und ZKL (als Menge aller Zeichenklassen) numerisch zu vergleichen.

3. Wir bekommen dann OKL:

(3.1 2.1 1.1) (3.1 2.2 1.1) (3.1 2.3 1.1)

(3.1 2.1 1.2) (3.1 2.2 1.2) (3.1 2.3 1.2)

(3.1 2.1 1.3) (3.1 2.2 1.3) (3.1 2.3 1.3)

(3.2 2.1 1.1) (3.2 2.2 1.1) (3.2 2.3 1.1)

(3.2 2.1 1.2) (3.2 2.2 1.2) (3.2 2.3 1.2)

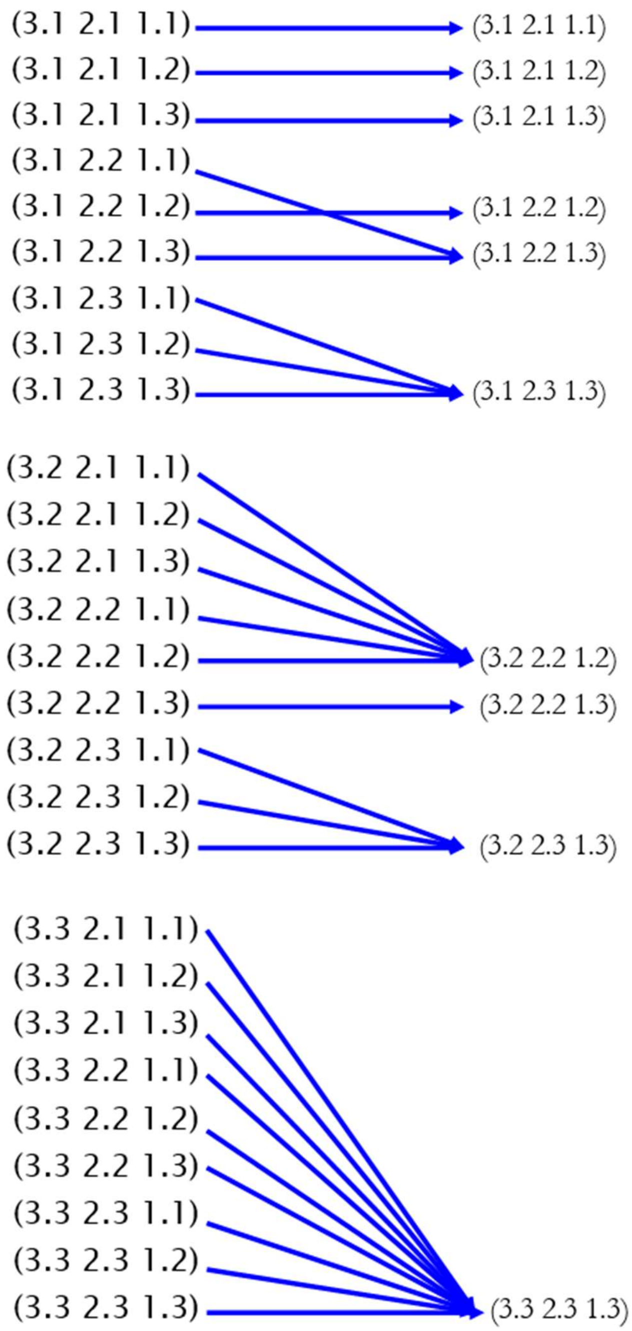
(3.2 2.1 1.3) (3.2 2.2 1.3) (3.2 2.3 1.3)

(3.3 2.1 1.1) (3.3 2.2 1.1) (3.3 2.3 1.1)

(3.3 2.1 1.2) (3.3 2.2 1.2) (3.3 2.3 1.2)

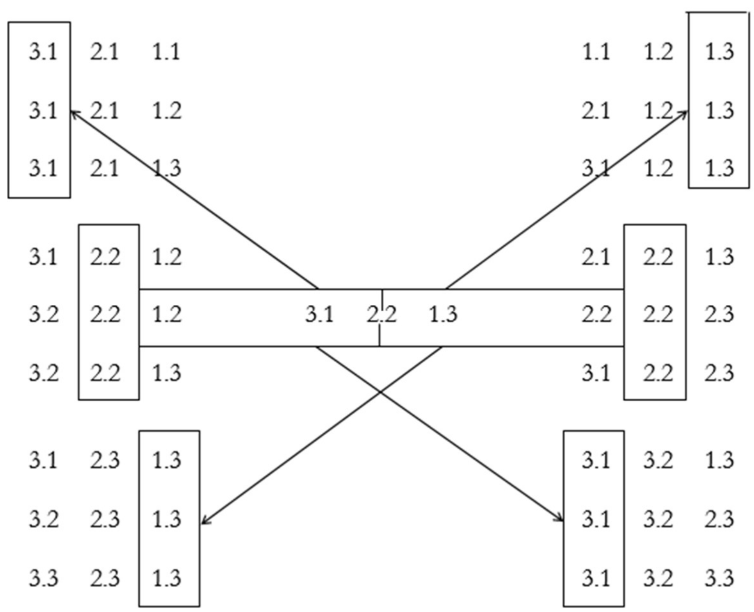
(3.3 2.1 1.3) (3.3 2.2 1.3) (3.3 2.3 1.3)

OKL als maximales objektales Evidenzsystem kann nun wegen der Korrelativität von OR und ZR auf ZKL abgebildet werden, wobei dieses wegen der Gültigkeit von (a ≤ b ≤ c) über (3.a 2.b 1.c) nur 10 statt 27 Zeichenklassen enthält:



Die blauen, schrägen Pfeile absorbieren Objektklassen in ein und derselben Zeichenklasse. (Trichotomiengrenzen liegen also genau dort, wo zwei ebene Pfeile adjazent sind.) Mit diesen „gemergten“ Objektklassen geht also auch deren Evidenz im System der 10 Peirceschen Zeichenklassen verloren.

4. Die Evidenz verschwindet also nicht in den Dingen, sondern in deren Wahrnehmung als Zeichen und ihrer subsequenten Klassfikation in der Form von Zeichenklassen. Evidenz verschwindet somit mit Qualität und wird im Prokrustesbett der 10 Zeichenklassen „schubladisiert“. Was hingegen die Eigenrealität anbetrifft, so verschwindet auch diese nicht, sondern sie definiert erst die 10 Zeichenklassen als Zeichen, d.h. auch jene, welche nicht die Repräsentationsschemata des Zeichen selbst sind, also 9 von ihnen. Jedes Zeichen thematisiert ja nach Bense neben seiner Aussenrealität bzw. Mitrealität auch sich selbst in seiner Eigenrealität, weswegen die eigenreale Zeichenklasse in mindestens einem Subzeichen mit jeder anderen Zeichenklassen – jedoch nicht korrelativ mit allen 27 Objektklassen! – zusammenhängt. Das Ergebnis ist das bekannte Walthersche „determinantensymmetrische Dualitätssystems“ (Walther 1982):



Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Baden-Baden 1973

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Bayer, Udo/Walther, Elisabeth, Zeichen von Zeichen für Zeichen. Baden-Baden 1990, S. 129-141

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Zeichenklassen zur Identifikation der Welt

1. Der Begriff „Eigenrealität" wurde bekanntlich von Bense (1992) eingeführt, um die Tatsache zu benennen, dass jede Zeichenklasse, welche ein Objekt repräsentiert, zugleich sich selbst repräsentiert. Formal zeigt sich die Eigenrealität, wie Walther (1982) gezeigt hatte, darin, dass die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) mit jeder der übrigen 9 Zeichenklassen des Peirceschen Systems der 10 Zeichenklassen in mindestens 1 Subzeichen zusammenhängt. Diese Tatsache lässt das Peircesche Zehnersystem in der Form von 3 Trichotomischen Triaden plus eigenrealer Zeichenklasse zu einem „determinantensymmetrischen Dualitätssystem" ordnen.

2. Bei Bense findet sich der folgende Schlüsselsatz: „Ein Zeichen ist selbstreferierend im Sinne der Selbstgegebenheit des Seienden. Kunstproduktion im Sinne der Zeichenrelation (3.1 2.2 1.3) hat den Seinsmodus der Seinsvermehrung im Sinne der Thematisierung einer Realitätserweiterung" (1992, S. 16). Obwohl Bense in seinem letzten Buch (Bense 1992) den früher oft gebrauchten Terminus „Mitrealität" vermeidet, steht dieser dennoch in engster Beziehung zum neuen Begriff „Eigenrealität". Im „Wörterbuch der Semiotik" wird „Mitrealität" von Bense wie folgt definiert: „Ontologische Modalität wie Mitmöglichkeit und Mitnotwendigkeit. Mitrealität bezeichnet den Seinsmodus einer Wirklichkeit, die auf eine andere angewiesen ist, eine andere zur Voraussetzung, zum Träger hat. Mitrealität ist der Seinsmodus ästhetischer und semiotischer Realität, deren Formen an die physikalische Realität gebunden sind. Zeichen-Sein ist stets nur mitreal" (Bense/Walther 1973, S. 64). Entsprechend heisst es in der „Aesthetica": „Der Modus der Mitrealität (...) ist ein Zustand, der sich weniger in Dingen als in Relationen manifestiert" (Bense 1982, S. 44).

3. Da Mitrealität auf Zeichensein angewiesen ist, sind also alle 10 Peirceschen Zeichenklassen mitreal, und zwar offenbar deshalb, weil die von der eigenrealen Zeichenklasse determiniert werden, denn nur deshalb repräsentieren sie stets auch das Zeichen selbst. Der Zeichenanteil der 10 Zeichenklassen ist also mitreal qua Eigenrealität, und dies bewirkt den Charakter der „Seinsvermehrung" durch Semiotisierung der Welt.

4. Daraus folgt, dass die 17 „irregulären", d.h. nicht der semiotischen inklusiven Ordnung

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$

gehorchenden Zeichenrelationen vom System der 10 Peirceschen Zeichenklassen aus das „Anderssein", das in der Semiotik, die ja auf die 10 Zeichenklassen beschränkt ist, immer vergessen wird, repräsentieren, denn diese 17 Zeichenklassen gehorchen nicht dem Waltherschen Prinzip der determinanensymmetrischen Dualität, da bei ihnen der

Satz, dass sie in mindestens 1 Subzeichen mit der eigenrealen Zeichenklasse zusammenhängen, nicht gilt. Es handelt sich also um folgendes Teilsystem des vollständigen semiotischen Universums, wie es über der triadischen Zeichenrelation ZR durch die $3^3 = 27$ Kombinationen der 9 Subzeichen der kleinen semiotischen Matrix konstruiert werden kann:

1. (3.1 2.2 1.1)
2. (3.1 2.3 1.1)
3. (3.1 2.3 1.2)
4. (3.2 2.1 1.1)
5. (3.2 2.1 1.2)
6. (3.2 2.1 1.3)
7. (3.2 2.2 1.1)
8. (3.2 2.3 1.1)
9. (3.2 2.3 1.2)
10. (3.3 2.1 1.1)
11. (3.3 2.1 1.2)
12. (3.3 2.1 1.3)
13. (3.3 2.2 1.1)
14. (3.3 2.2 1.2)
15. (3.3 2.2 1.3)
16. (3.3 2.3 1.1)
17. (3.3 2.3 1.2)

Man kann nun jede dieser 17 Zeichenrelationen einer oder mehreren „benachbarten" Zeichenklassen zuordnen, und zwar nach allen drei Zeichenbezügen, z.B.

6. (3.2 2.1 1.3) → (3.2 2.2 1.2); (3.1 2.1 1.3); (3.2 2.2 1.3), usw.,

so dass die „irreguläre" Zeichenrelation, d.h. (3.2 2.1 1.3) im obigen Beispiel, das „Anderssein" relativ zu den topologisch benachbarten Zeichenklassen, oben also {(3.2 2.2 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3), ...} thematisiert.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Semiogenetische Modelle

1. In „Semiogenetische Modelle“ (Toth 2009) wurden die folgenden 10 semiogenetischen Modelle vorgestellt

1. $(<\mathcal{M}, M°, M>, <\mathbf{\Omega}, O°, O>, <\mathcal{J}, I°, I>)$

2. $(<M°, M>, <O°, O>, <I°, I>)$

3. $(<\mathcal{M}, M>, <\mathbf{\Omega}, O>, <\mathcal{J}, I>)$

4. $(<\mathcal{M}, M°>, <\mathbf{\Omega}, O°>, <\mathcal{J}, I°>)$

5. $(\mathcal{M}, M, O, I)$

6. $(\mathbf{\Omega}, M, O, I)$

7. $(\mathcal{J}, M, O, I)$

8. $(\mathcal{M}, \mathbf{\Omega}, M, O, I)$

9. $(\mathbf{\Omega}, \mathcal{J}, M, O, I)$

10. $(\mathcal{M}, \mathcal{J}, M, O, I)$

Dabei ist, wie aus meinen früheren Publikationen bekannt,

$OR = (\mathcal{M}, \mathbf{\Omega}, \mathcal{J})$

die triadische Relation dreier „triadischer Objekte“ (Bense/Walther 1973, S. 71), kurz: Objektrelation genannt. Sie ist aus die Ausgangsrelation der Semiose, bei der also nicht nur ein Objekt zum Zeichen erklärt wird (Bense 1967, S. 9), sondern es muss bereits ein Zeichenträger $\mathcal{M}$ voraussgesetzt werden, da dieser aus dem gleichen ontologischen Raum wie das Objekt $\mathbf{\Omega}$ stammen muss, d.h. da $\mathcal{M} \subset \mathbf{\Omega}$ gilt. Ferner muss im Zusammenhang mit einer Semiose natürlich ebenfalls bereits ein Interpret $\mathcal{J}$ angenommen werden, so dass wir also die triadische Relation beisammen haben.

2. Die Frage, die nun auftaucht, ist allerdings: Da OR ja nur deshalb eine Relation über triadischen Objekten ist, weil sich OR korrelativ auf ZR = (M, O, I) bezieht (Bense 1973, S. 71), rechtfertigt dieser Umstand die Annahme einer trichotomischen Untergliederung der drei triadischen Objekte? Diese Frage ist jedoch schwieriger zu stellen also zu beantworten, denn da sich alle drei ontologischen Kategorien $\mathcal{M}$, $\mathbf{\Omega}$, $\mathcal{J}$ auf alle drei semiotischen Kategorien M, O, I beziehen müssen, um triadisch zu sein, ergeben sich alle 9 möglichen Kombinationen, und somit ist nicht nur (M, O, I),

sondern auch ($\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{J}$) trichotomisch. Damit erhalten wir also die folgende **objektale semiotische Matrix**:

$$\begin{pmatrix} \mathcal{M}\mathcal{M} & \mathcal{M}\Omega & \mathcal{M}\mathcal{J} \\ \Omega\mathcal{M} & \Omega\Omega & \Omega\mathcal{J} \\ \mathcal{J}\mathcal{M} & \mathcal{J}\Omega & \mathcal{J}\mathcal{J} \end{pmatrix}$$

3. Mit der Existenz einer objektalen semiotischen Matrix ist nun auch die nächste Frage nach der Existenz einer **disponiblen kategorialen Matrix** beantwortet, da der präsemiotische Raum der disponiblen Kategorien ja intermediär zwischen dem ontologischen und dem semiotischen Raum angesiedelt ist (vgl. Bense 1975, S. 44ff., 65 f.):

$$\begin{pmatrix} M°M° & M°O° & M°I° \\ O°M° & O°O° & O°I° \\ I°M° & I°O° & I°I° \end{pmatrix}$$

Sowohl die objektale semiotische Matrix (osM) wie die disponible kategoriale Matrix (dkM) sind damit korrelativ zur, d.h. stimmen gliedweise überein mit der bekannten triadisch-trichotomischen Peirceschen semiotischen Matrix (sM):

$$\begin{pmatrix} MM & MO & MI \\ OM & OO & OI \\ IM & IO & II \end{pmatrix}$$

4. Da wir nun Matrizen für alle drei semiotischen Relationen haben, d.h. für

OR = ($\mathcal{M}$, Ω, $\mathcal{J}$)

DR = (M°, O°, I°)

ZR = (M, O, I),

nämlich osM, dkM und sM, können wir als nächstes Modelle für abstrakte Relationen analog zu denen der Zeichenklassen, d.h. analog zu

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c $\in$ {.1, .2, .3} und a $\leq$ b $\leq$ c (semiotische Inklusionsordnung)

konstruieren. Da wir nätürlich die numerische Schreibung für die modale der semiotischen Kategorien auch für die disponiblen und ontologischen Kategorien übernehmen können, bekommen wir leicht

$DR = ((3.a)^\circ\ (2.b)^\circ\ (1.c)^\circ)$ mit $a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$

$OR = (3.a, 2.b, 1.c)$ mit $a, b, c \in \{.1, .2, .3\}$,

wobei wir in DR $(a.b)^\circ$ als Akürzung für $((a.)^\circ\ (.b)^\circ)$ gesetzt haben.

Hiermit sind also die Anforderungen des in Toth (2009) gegebenen Tripels

$\Sigma = <\mathbf{\Omega}, O^\circ, ZR>$

erfüllt, worin $\mathbf{\Omega} = OR$, $O^\circ = DR$ sind. Wir müssen uns lediglich noch überlegen, ob die für ZR gültige semiotische Inklusionsordnung auch für DR und OR gilt, d.h. ob es auch hier, wie bei {ZR}, 10 oder 27 relationale Klassen gibt. Da wir annehmen dürfen, dass diese Inklusion erst nach beendeter Semiose, d.h. erst im semiotischen, nicht aber bereits im ontologischen und im präsemiotischen Raum ihre Anwendung findet, werden wir hier davon ausgehen, dass die Kombination der Partialrelationen in OR und DR unlimitiert ist.

Damit bekommen wir das System {OR} der 27 objektalen semiotischen Relationen:

3.1 2.1 1.1   3.1 2.2 1.1   3.1 2.3 1.1

3.1 2.1 1.2   3.1 2.2 1.2   3.1 2.3 1.2

3.1 2.1 1.3   3.1 2.2 1.3   3.1 2.3 1.3

3.2 2.1 1.1   3.2 2.2 1.1   3.2 2.3 1.1

3.2 2.1 1.2   3.2 2.2 1.2   3.2 2.3 1.2

3.2 2.1 1.3   3.2 2.2 1.3   3.2 2.3 1.3

3.3 2.1 1.1   3.3 2.2 1.1   3.3 2.3 1.1

3.3 2.1 1.2   3.3 2.2 1.2   3.3 2.3 1.2

3.3 2.1 1.3   3.3 2.2 1.3   3.3 2.3 1.3

sowie das System (DR) der 27 disponibel kategorialen Relationen:

(3.1) (2.1) (1.1)   (3.1) (2.2) (1.1)   (3.1) (2.3) (1.1)

(3.1) (2.1) (1.2)   (3.1) (2.2) (1.2)   (3.1) (2.3) (1.2)

(3.1) (2.1) (1.3)   (3.1) (2.2) (1.3)   (3.1) (2.3) (1.3)

(3.2) (2.1) (1.1)	(3.2) (2.2))1.1)	(3.2) (2.3) (1.1)
(3.2) (2.1) (1.2)	(3.2) (2.2) (1.2)	(3.2) (2.3) (1.2)
(3.2) (2.1) (1.3)	(3.2) (2.2) (1.3)	(3.2) (2.3) (1.3)

(3.3) (2.1) (1.1)	(3.3) (2.2) (1.1)	(3.3) (2.3) (1.1)
(3.3) (2.1) (1.2)	(3.3) (2.2) (1.2)	(3.3) (2.3) (1.2)
(3.3) (2.1) (1.3)	(3.3) (2.2) (1.3)	(3.3) (2.3) (1.3)

5. Wir können nun die 10 Relationen von {ZR} und die je 27 Relationen von {DR} und {OR} für die erste oben gegebene semiogenetische Struktur

1. $(\langle \mathcal{M}, M^\circ, M\rangle, \langle \Omega, O^\circ, O\rangle, \langle \mathcal{J}, I^\circ, I\rangle)$

einsetzen. Die 27 Relationen von {DR} und die 10 Relationen von {ZR} setzt man ein in

2. $(\langle M^\circ, M\rangle, \langle O^\circ, O\rangle, \langle I^\circ, I\rangle)$,

die 27 Relationen von {OR} und die 10 Relationen von {ZR} in

3. $(\langle \mathcal{M}, M\rangle, \langle \Omega, O\rangle, \langle \mathcal{J}, I\rangle)$,

sowie die 27 Relationen von{OR} sowie von {DR} in

4. $(\langle \mathcal{M}, M^\circ\rangle, \langle \Omega, O^\circ\rangle, \langle \mathcal{J}, I^\circ\rangle)$

6. Etwas anders sind aber die folgenden 6 Relationsschemata gelagert, denn hier liegen keine Kombinationen von Relationen vor, sondern es handelt sich um mehr als triadische, d.h. um n-adische Relationen mit $n > 3$.

No. 5 $(\mathcal{M}, M, O, I)$

Dieses ist die konkrete Zeichenrelation, die aus der abstrakten Peirceschen Zeichenrelation ZR = (M, O, I) durch Einbettung des materialen Mittels entsteht (vgl. Bense 1975, S. 51). Obwohl die Stellung der „freien“ ontologischen Kategorie innerhalb von ZR variabel ist, hängt die Anzahl der möglichen Relationen von $\{\{\mathcal{M}, M, O, I)\}\}$ nicht von der Position von $\mathcal{M}$ ab, d.h. wir haben $\{\mathcal{M}, M, O, I\} \equiv \{\langle \mathcal{M}, M, O, I\rangle, \langle M, \mathcal{M}, O, I\rangle, \langle M, O, \mathcal{M}, I\rangle, \langle M, O, I, \mathcal{M}\rangle\}$, gesetzt, wir permutieren nicht auch noch die Ordnung von ZR = (M, O, I). Damit ergeben sich für jede der 4 Permutationen von $\mathcal{M}$ 30 konkrete Zeichenklassen:

1.1 3.1 2.1 1.1	3.1 1.1 2.1 1.1	3.1 2.1 1.1 1.1	3.1 2.1 1.1 1.1
1.2 3.1 2.1 1.1	3.1 1.2 2.1 1.1	3.1 2.1 1.2 1.1	3.1 2.1 1.1 1.2
1.3 3.1 2.1 1.1	3.1 1.3 2.1 1.1	3.1 2.1 1.3 1.1	3.1 2.1 1.1 1.3
1.1 3.1 2.1 1.2	3.1 1.1 2.1 1.2	3.1 2.1 1.1 1.2	3.1 2.1 1.2 1.1
1.2 3.1 2.1 1.2	3.1 1.2 2.1 1.2	3.1 2.1 1.2 1.2	3.1 2.1 1.2 1.2
1.3 3.1 2.1 1.2	3.1 1.3 2.1 1.2	3.1 2.1 1.3 1.2	3.1 2.1 1.2 1.3
1.1 3.1 2.1 1.3	3.1 1.1 2.1 1.3	3.1 2.1 1.1 1.3	3.1 2.1 1.3 1.1
1.2 3.1 2.1 1.3	3.1 1.2 2.1 1.3	3.1 2.1 1.2 1.3	3.1 2.1 1.3 1.2
1.3 3.1 2.1 1.3	3.1 1.3 2.1 1.3	3.1 2.1 1.3 1.3	3.1 2.1 1.3 1.3
1.1 3.1 2.2 1.2	3.1 1.1 2.2 1.2	3.1 2.2 1.1 1.2	3.1 2.2 1.2 1.1
1.2 3.1 2.2 1.2	3.1 1.2 2.2 1.2	3.1 2.2 1.2 1.2	3.1 2.2 1.2 1.2
1.3 3.1 2.2 1.2	3.1 1.3 2.2 1.2	3.1 2.2 1.3 1.2	3.1 2.2 1.2 1.3
1.1 3.1 2.2 1.3	3.1 1.1 2.2 1.3	3.1 2.2 1.1 1.3	3.1 2.2 1.3 1.1
1.2 3.1 2.2 1.3	3.1 1.2 2.2 1.3	3.1 2.2 1.2 1.3	3.1 2.2 1.3 1.2
1.3 3.1 2.2 1.3	3.1 1.3 2.2 1.3	3.1 2.2 1.3 1.3	3.1 2.2 1.3 1.3
1.1 3.1 2.3 1.3	3.1 1.1 2.3 1.3	3.1 2.3 1.1 1.3	3.1 2.3 1.3 1.1
1.2 3.1 2.3 1.3	3.1 1.2 2.3 1.3	3.1 2.3 1.2 1.3	3.1 2.3 1.3 1.2
1.3 3.1 2.3 1.3	3.1 1.3 2.3 1.3	3.1 2.3 1.3 1.3	3.1 2.3 1.3 1.3
1.1 3.2 2.2 1.2	3.2 1.1 2.2 1.2	3.2 2.2 1.1 1.2	3.2 2.2 1.2 1.1
1.2 3.2 2.2 1.2	3.2 1.2 2.2 1.2	3.2 2.2 1.2 1.2	3.2 2.2 1.2 1.2
1.3 3.2 2.2 1.2	3.2 1.3 2.2 1.2	3.2 2.2 1.3 1.2	3.2 2.2 1.2 1.3

1.1 3.2 2.2 1.3	3.2 1.1 2.2 1.3	3.2 2.2 1.1 1.3	3.2 2.2 1.3 1.1
1.2 3.2 2.2 1.3	3.2 1.2 2.2 1.3	3.2 2.2 1.2 1.3	3.2 2.2 1.3 1.2
1.3 3.2 2.2 1.3	3.2 1.3 2.2 1.3	3.2 2.2 1.3 1.3	3.2 2.2 1.3 1.3

1.1 3.2 2.3 1.3	3.2 1.1 2.3 1.3	3.2 2.3 1.1 1.3	3.2 2.3 1.3 1.1
1.2 3.2 2.3 1.3	3.2 1.2 2.3 1.3	3.2 2.3 1.2 1.3	3.2 2.3 1.3 1.2
1.3 3.2 2.3 1.3	3.2 1.3 2.3 1.3	3.2 2.3 1.3 1.3	3.2 2.3 1.3 1.3

1.1 3.3 2.3 1.3	3.3 1.1 2.3 1.3	3.3 2.3 1.1 1.3	3.3 2.3 1.3 1.1
1.2 3.3 2.3 1.3	3.3 1.2 2.3 1.3	3.3 2.3 1.2 1.3	3.3 2.3 1.3 1.2
1.3 3.3 2.3 1.3	3.3 1.3 2.3 1.3	3.3 2.3 1.3 1.3	3.3 2.3 1.3 1.3

No. 6. (**Ω**, M, O, I)

Hier sind die Resultate genau dieselben wie bei No. 5, denn die Qualität der Kategorie hat keinen Einfluss auf die Anzahl von Relationen:

2.1 3.1 2.1 1.1	3.1 2.1 2.1 1.1	3.1 2.1 2.1 1.1	3.1 2.1 1.1 2.1
2.2 3.1 2.1 1.1	3.1 2.2 2.1 1.1	3.1 2.1 2.2 1.1	3.1 2.1 1.1 2.2
2.3 3.1 2.1 1.1	3.1 2.3 2.1 1.1	3.1 2.1 2.3 1.1	3.1 2.1 1.1 2.3

2.1 3.1 2.1 1.2	3.1 2.1 2.1 1.2	3.1 2.1 2.1 1.2	3.1 2.1 1.2 2.1
2.2 3.1 2.1 1.2	3.1 2.2 2.1 1.2	3.1 2.1 2.2 1.2	3.1 2.1 1.2 2.2
2.3 3.1 2.1 1.2	3.1 2.3 2.1 1.2	3.1 2.1 2.3 1.2	3.1 2.1 1.2 2.3

2.1 3.1 2.1 1.3	3.1 2.1 2.1 1.3	3.1 2.1 2.1 1.3	3.1 2.1 1.3 2.1
2.2 3.1 2.1 1.3	3.1 2.2 2.1 1.3	3.1 2.1 2.2 1.3	3.1 2.1 1.3 2.2

2.3 3.1 2.1 1.3	3.1 2.3 2.1 1.3	3.1 2.1 2.3 1.3	3.1 2.1 1.3 2.3
2.1 3.1 2.2 1.2	3.1 2.1 2.2 1.2	3.1 2.2 2.1 1.2	3.1 2.2 1.2 2.1
2.2 3.1 2.2 1.2	3.1 2.2 2.2 1.2	3.1 2.2 2.2 1.2	3.1 2.2 1.2 2.2
2.3 3.1 2.2 1.2	3.1 2.3 2.2 1.2	3.1 2.2 2.3 1.2	3.1 2.2 1.2 2.3
2.1 3.1 2.2 1.3	3.1 2.1 2.2 1.3	3.1 2.2 2.1 1.3	3.1 2.2 1.3 2.1
2.2 3.1 2.2 1.3	3.1 2.2 2.2 1.3	3.1 2.2 2.2 1.3	3.1 2.2 1.3 2.2
2.3 3.1 2.2 1.3	3.1 2.3 2.2 1.3	3.1 2.2 2.3 1.3	3.1 2.2 1.3 2.3
2.1 3.1 2.3 1.3	3.1 2.1 2.3 1.3	3.1 2.3 2.1 1.3	3.1 2.3 1.3 2.1
2.2 3.1 2.3 1.3	3.1 2.2 2.3 1.3	3.1 2.3 2.2 1.3	3.1 2.3 1.3 2.2
2.3 3.1 2.3 1.3	3.1 2.3 2.3 1.3	3.1 2.3 2.3 1.3	3.1 2.3 1.3 2.3
2.1 3.2 2.2 1.2	3.2 2.1 2.2 1.2	3.2 2.2 2.1 1.2	3.2 2.2 1.2 2.1
2.2 3.2 2.2 1.2	3.2 2.2 2.2 1.2	3.2 2.2 2.2 1.2	3.2 2.2 1.2 2.2
2.3 3.2 2.2 1.2	3.2 2.3 2.2 1.2	3.2 2.2 2.3 1.2	3.2 2.2 1.2 2.3
2.1 3.2 2.2 1.3	3.2 2.1 2.2 1.3	3.2 2.2 2.1 1.3	3.2 2.2 1.3 2.1
2.2 3.2 2.2 1.3	3.2 2.2 2.2 1.3	3.2 2.2 2.2 1.3	3.2 2.2 1.3 2.2
2.3 3.2 2.2 1.3	3.2 2.3 2.2 1.3	3.2 2.2 2.3 1.3	3.2 2.2 1.3 2.3
2.1 3.2 2.3 1.3	3.2 2.1 2.3 1.3	3.2 2.3 2.1 1.3	3.2 2.3 1.3 2.1
2.2 3.2 2.3 1.3	3.2 2.2 2.3 1.3	3.2 2.3 2.2 1.3	3.2 2.3 1.3 2.2
2.3 3.2 2.3 1.3	3.2 2.3 2.3 1.3	3.2 2.3 2.3 1.3	3.2 2.3 1.3 2.3
2.1 3.3 2.3 1.3	3.3 2.1 2.3 1.3	3.3 2.3 2.1 1.3	3.3 2.3 1.3 2.1

2.2 3.3 2.3 1.3	3.3 2.2 2.3 1.3	3.3 2.3 2.2 1.3	3.3 2.3 1.3 2.2
2.3 3.3 2.3 1.3	3.3 2.3 2.3 1.3	3.3 2.3 2.3 1.3	3.3 2.3 1.3 2.3

No. 7. ($\mathcal{J}$, M, O, I)

Hier sind die Resultate wiederum genau dieselben wie bei No. 5 und 6, denn die Qualität der Kategorie hat keinen Einfluss auf die Anzahl von Relationen:

3.1 3.1 2.1 1.1	3.1 3.1 2.1 1.1	3.1 2.1 3.1 1.1	3.1 2.1 1.1 3.1
3.2 3.1 2.1 1.1	3.1 3.2 2.1 1.1	3.1 2.1 3.2 1.1	3.1 2.1 1.1 3.2
3.3 3.1 2.1 1.1	3.1 3.3 2.1 1.1	3.1 2.1 3.3 1.1	3.1 2.1 1.1 3.3
3.1 3.1 2.1 1.2	3.1 3.1 2.1 1.2	3.1 2.1 3.1 1.2	3.1 2.1 1.2 3.1
3.2 3.1 2.1 1.2	3.1 3.2 2.1 1.2	3.1 2.1 3.2 1.2	3.1 2.1 1.2 3.2
3.3 3.1 2.1 1.2	3.1 3.3 2.1 1.2	3.1 2.1 3.3 1.2	3.1 2.1 1.2 3.3
3.1 3.1 2.1 1.3	3.1 3.1 2.1 1.3	3.1 2.1 3.1 1.3	3.1 2.1 1.3 3.1
3.2 3.1 2.1 1.3	3.1 3.2 2.1 1.3	3.1 2.1 3.2 1.3	3.1 2.1 1.3 3.2
3.3 3.1 2.1 1.3	3.1 3.3 2.1 1.3	3.1 2.1 3.3 1.3	3.1 2.1 1.3 3.3
3.1 3.1 2.2 1.2	3.1 3.1 2.2 1.2	3.1 2.2 3.1 1.2	3.1 2.2 1.2 3.1
3.2 3.1 2.2 1.2	3.1 3.2 2.2 1.2	3.1 2.2 3.2 1.2	3.1 2.2 1.2 3.2
3.3 3.1 2.2 1.2	3.1 3.3 2.2 1.2	3.1 2.2 3.3 1.2	3.1 2.2 1.2 3.3
3.1 3.1 2.2 1.3	3.1 3.1 2.2 1.3	3.1 2.2 3.1 1.3	3.1 2.2 1.3 3.1
3.2 3.1 2.2 1.3	3.1 3.2 2.2 1.3	3.1 2.2 3.2 1.3	3.1 2.2 1.3 3.2
3.3 3.1 2.2 1.3	3.1 3.3 2.2 1.3	3.1 2.2 3.3 1.3	3.1 2.2 1.3 3.3

3.1 3.1 2.3 1.3	3.1 3.1 2.3 1.3	3.1 2.3 3.1 1.3	3.1 2.3 1.3 3.1
3.2 3.1 2.3 1.3	3.1 3.2 2.3 1.3	3.1 2.3 3.2 1.3	3.1 2.3 1.3 3.2
3.3 3.1 2.3 1.3	3.1 3.3 2.3 1.3	3.1 2.3 3.3 1.3	3.1 2.3 1.3 3.3
3.1 3.2 2.2 1.2	3.2 3.1 2.2 1.2	3.2 2.2 3.1 1.2	3.2 2.2 1.2 3.1
3.2 3.2 2.2 1.2	3.2 3.2 2.2 1.2	3.2 2.2 3.2 1.2	3.2 2.2 1.2 3.2
3.3 3.2 2.2 1.2	3.2 3.3 2.2 1.2	3.2 2.2 3.3 1.2	3.2 2.2 1.2 3.3
3.1 3.2 2.2 1.3	3.2 3.1 2.2 1.3	3.2 2.2 3.1 1.3	3.2 2.2 1.3 3.1
3.2 3.2 2.2 1.3	3.2 3.2 2.2 1.3	3.2 2.2 3.2 1.3	3.2 2.2 1.3 3.2
3.3 3.2 2.2 1.3	3.2 3.3 2.2 1.3	3.2 2.2 3.3 1.3	3.2 2.2 1.3 3.3
3.1 3.2 2.3 1.3	3.2 3.1 2.3 1.3	3.2 2.3 3.1 1.3	3.2 2.3 1.3 3.1
3.2 3.2 2.3 1.3	3.2 3.2 2.3 1.3	3.2 2.3 3.2 1.3	3.2 2.3 1.3 3.2
3.3 3.2 2.3 1.3	3.2 3.3 2.3 1.3	3.2 2.3 3.3 1.3	3.2 2.3 1.3 3.3
3.1 3.3 2.3 1.3	3.3 3.1 2.3 1.3	3.3 2.3 3.1 1.3	3.3 2.3 1.3 3.1
3.2 3.3 2.3 1.3	3.3 3.2 2.3 1.3	3.3 2.3 3.2 1.3	3.3 2.3 1.3 3.2
3.3 3.3 2.3 1.3	3.3 3.3 2.3 1.3	3.3 2.3 3.3 1.3	3.3 2.3 1.3 3.3

No. 8. ($\mathcal{M}$, $\mathbf{\Omega}$, M, O, I)

Da jede der beiden ontologischen Kategorien wieder mit den drei Trichotomien der jeweils anderen Kategorie kombiniert werden kann, hat also jede Relation wiederum 3 Relationen. Hinzukommt hier aber, dass die Permutationen der beiden Kategorien über die möglichen Leerstellen der 5-adischen Relation zu einer viel grösseren Anzahl von Relationen führt. Wir schreiben nun statt (3.a 2.b 1.c) (ABC) und für die beiden Leerstellen X und Y:

Sind die beiden ontologischen Kategorien adjazent, so ergeben sich folgende 4 Stellungen:

XYABC

AXYBC

ABXYC

ABCXY

Sind die beiden ontologischen Kategorien durch 1 semiotische Kategorien getrennt, so ergeben sich folgende 6 Stellungen:

XAYBC	ABXCY	AXBYC
YAXBC	ABYCX	AYBXC

Sind die beiden ontologischen Kategorien durch 2 semiotische Kategorien getrennt, so ergeben sich folgende 4 Stellungen:

XABYC	ABXC
YABXC	ABYC

Sind die beiden ontologischen Kategorien schliesslich durch alle 3 semiotischen Kategorien getrennt, so ergeben sich folgende 2 Stellungen

XABCY

YABCY,

das sind also zusammen 18 Stellungen für je 3 x 30 = 18 x 90 = 1620 Relationen, und zwar für alle drei Nos. 8, 9 und 10, die wir nicht aufschreiben wollen.

No. 9. ($\mathbf{\Omega}$, $\mathcal{J}$, M, O, I)

Siehe Bemerkungen zu No. 8.

No. 10. ($\mathcal{M}$, $\mathcal{J}$, M, O, I)

Siehe Bemerkungen zu No. 8.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Semiogenetische Modelle. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Relationale Kompositionen

1. Es ist ein eigentümliches Paradox (vgl. Toth 2009a, b), dass die Peircesche Zeichenrelation einerseits als triadische Relation über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation eingeführt wurde (Bense 1979, S. 53, 67):

$Z = {}^3R({}^1R, {}^2R, {}^3R) = R(M, O, I)$,

dass aber anderseits behauptet wird, man könne diese drei Partialrelationen zu 3×3 kartesischen Produkten multiplizieren, wobei das Ergebnis Dyaden seien (Walther 1979, S. 57), denn dies würde ja bedeuten, dass die Zeichenrelation ebenfalls eine triadische Relation über drei dyadischen Relationen sei.

2. Lassen Sie mich zur Veranschaulichung dessen, worum es in dieser und meinen nächsten Arbeiten geht, ein sprachliches Beispiel anführen. Jedes Prädikat ist logisch gesehen eine n-stellige Relation, wobein das n von der dem Prädikat immanenten Valenzzahl abhängt:

Beispiel für Valenzzahl = 1 (${}^1R$): {_ schläft} →

HANS schläft.

Beispiel für Valenzzahl = 2 (${}^2R$): {_ schlägt _} →

HANS schlägt FRITZ.

Beispiel für Valenzzahl = 3 (${}^3R$): {_ schenkt _ _} →

HANS schenkt FRITZ EIN BUCH

Von ganz wenigen Fällen (z.B. dem ${}^3R$-Prädikat „schreiben“, einem sog. indirekt transitiven Verb, abgesehen) ist es nun so, dass 1) alle Valenzsstellen ausgefüllt sein müssen, damit ein korrekter Satz entsteht, und dass 2) nicht mehr Valenzsstellen geschaffen werden können. Die folgenden Sätze sind wegen Verletzung von Regel (1) und/oder (2) ungrammatisch:

1. *Hans schläft Fritz. (2)

2. *Hans schläft Fritz ein Buch. (2)

3. *Hans schlägt. (1)

4. *Hans schlägt Fritz ein Buch. (2)

5. *Hans schenkt. (1)

6. *Hans schenkt ein Buch. (1)

7. *Hans schenkt Fritz Hans ein Buch. (2)

8. *Hans schenkt Fritz ein Buch ein Auto. (2)

3. Ist also bei n-stelligen Prädikaten die Anzahl der Argumente <n oder >n, ist der Ausdruck falsch. Damit kehren wir zu

$Z = {}^{3}R({}^{1}R, {}^{2}R, {}^{3}R) = R(M, O, I)$.

Die kleine semiotische Matrix, die sich nicht bei Peirce findet, wurde von Bense und Walther anfangs der 70er Jahre eingeführt (vgl. Bense/Walther 1973, S. 61 f.). In den folgenden beiden Darstellungen gebe ich links die „funktionale" Matrix Walthers und rechts die korrespondierende relationale Matrix mit den Valenzzahlen

	M	O	I
M	MM	MO	MI
O	OM	OO	OI
I	IM	IO	II

	^{1}R	^{2}R	^{3}R
^{1}R	$^{1}R^{1}R$	$^{1}R^{2}R$	$^{1}R^{3}R$
^{2}R	$^{2}R^{1}R$	$^{2}R^{2}R$	$^{2}R^{3}R$
^{3}R	$^{3}R^{1}R$	$^{3}R^{2}R$	$^{3}R^{3}R$

Wenn man sich nun aber fragt, welche der drei Relationen (^{1}R, ^{2}R, ^{3}R) sich aufgrund ihrer Valenzzahl verbinden können, erhält man die folgenden Möglichkeiten:

^{1}R: ^{1}R

^{2}R: $^{1}R^{1}R$, ^{2}R

^{3}R: $^{1}R^{1}R^{1}R$, $^{1}R^{2}R$, $^{2}R^{1}R$, ^{3}R

Diese nehmen aber in der relationalen Matrix nur gerade ein linkes oberes Dreieck von Einträgen ein:

	^{1}R	^{2}R	^{3}R
^{1}R	$\boxed{^{1}R^{1}R}$	$\boxed{^{1}R^{2}R}$	$^{1}R^{3}R$
^{2}R	$\boxed{^{2}R^{1}R}$	$^{2}R^{2}R$	$^{2}R^{3}R$
^{3}R	$^{3}R^{1}R$	$^{3}R^{2}R$	$^{3}R^{3}R$

Es ist also nicht so sehr die Frage, ob in den folgenden beiden Fällen

$^{m}R^{n}R$ mit $m > n$ sowie $n > m$

immer alle Valenzzahlen 1, 2 und 3 für m und n eingesetzt werden können, denn bei den Ausdrücken der Form $^{m}R^{n}R$ handelt es sich ja nicht um Prädikat-Argument- oder

Argument-Prädikat-Strukturen, sondern um komponierte Prädikate. D.h., die Menge der relationalen Subzeichen, die über

$Z = {}^3R({}^1R, {}^2R, {}^3R) = R(M, O, I)$

möglich sind, ist nur gerade

$Z = \{{}^1R, {}^2R, {}^3R, ({}^1R^1R), ({}^1R^2R), ({}^2R^1R), ({}^1R^1R^1R)\} = \{M, O, I, (MM), (MO), (OM), (MMM)\}$

4. Nun beträgt aber die höchste Valenzzahl = 6, nämlich diejenige von $({}^3R^3R) = (II)$. Da man mit einer triadischen Semiotik maximal Valenzzahlen von 3 erreichen kann, brauchen wir also eine hexadische Semiotik, damit wir als ihre Teilmatrix die vollständige triadisch-trichotomische Matrix erhalten:

	^1R	^2R	^3R	^4R	^5R	^6R
^1R	$\boxed{^1R^1R}$	$\boxed{^1R^2R}$	$\boxed{^1R^3R}$	$^1R^4R$	$^1R^5R$	$^1R^6R$
^2R	$\boxed{^2R^1R}$	$\boxed{^2R^2R}$	$\boxed{^2R^3R}$	$^2R^4R$	$^2R^5R$	$^2R^6R$
^3R	$\boxed{^3R^1R}$	$\boxed{^3R^2R}$	$\boxed{^3R^3R}$	$^3R^4R$	$^3R^5R$	$^3R^6R$
^4R	$^4R^1R$	$^4R^2R$	$^4R^3R$	$^4R^4R$	$^4R^5R$	$^4R^6R$
^5R	$^5R^1R$	$^5R^2R$	$^5R^3R$	$^5R^4R$	$^5R^5R$	$^5R^6R$
^6R	$^6R^1R$	$^6R^2R$	$^6R^3R$	$^6R^4R$	$^6R^5R$	$^6R^6R$

Die triadische Matrix mit VZ = [1, 6] ist also eine Submatrix, und zwar ein Block und keine Triangulation der hexadischen Matrix mit VZ = [1, 12]. Wichtig an dieser Feststellung ist, dass wir erst jetzt, da wir alle sogenannten Subzeichen haben, die bisher bedenkenlos als kartesische Produkte der triadischen Peirceschen Matrix verwendet wurden, an die Konstruktion von Zeichenklassen gehen können. Damit können wir nun auch eine präzise relationale Definition von Zeichenklasse geben: Eine Zeichenklasse ist eine relationale Struktur der Form

$Zkl = {}^3R({}^3R^lS, {}^2R^mS, {}^1R^nS)$,

worin $l \leq m \leq n$ gilt. Nun ist aber

$({}^3R, {}^2R, {}^1R)° = ({}^1R, {}^2R, {}^3R)$,

d.h. wir haben

$({}^{1}R\ {}^{2}R\ {}^{3}R) = ({}^{n}S\ {}^{m}S\ {}^{l}S)$,

denn es ist ja

$({}^{3}R^{l}S,\ {}^{2}R^{m}S,\ {}^{1}R^{n}S)° = ({}^{n}S^{1}R,\ {}^{m}S^{2}R,\ {}^{l}S^{3}R)$.

Praktisch bedeutet dass, dass die Stellenwertrelationen einer Zkl nichts anderes als die Konverse der Hauptwertrelationen der Konverse einer Zkl sind.

Wenn also Zkl = ${}^{3}R({}^{3}R^{l}S,\ {}^{2}R^{m}S,\ {}^{1}R^{n}S)$ mit $l \leq m \leq n$ gilt, dann repetieren also die Sellenwerte von Zkl bzw. die Hauptwerte von (Zkl)° die Definition des Zeichens, die wir am Anfang dieser Arbeit gegeben hatten, d.h. $Z = {}^{3}R({}^{1}R,\ {}^{2}R,\ {}^{3}R)$. Damit ist also gerechtfertigt, dass man nicht $3^3 = 27$, sondern nur 10 Zeichenklassen erhält, die wir nun wie folgt notieren können:

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{1}S) \quad ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{1}S)° = ({}^{1}S^{1}R,\ {}^{1}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{2}S) \quad ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{2}S)° = ({}^{2}S^{1}R,\ {}^{1}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{3}S) \quad ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{3}S)° = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{1}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{3}S) \quad ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{3}S)° = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{1}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{3}S) \quad ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{3}S)° = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{1}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{3}S) \quad ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{3}S)° = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{1}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{2}S) \quad ({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{2}S)° = ({}^{2}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{2}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{3}S) \quad ({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{3}S)° = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{2}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{3}S) \quad ({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{3}S)° = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{3}S^{2}R,\ {}^{2}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{3}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{3}S) \quad ({}^{3}R^{3}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{3}S)° = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{3}S^{2}R,\ {}^{3}S^{1}R)$$

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max/Walther, Elisabeth, Wörterbuch der Semiotik. Köln 1973

Toth, Alfred, Das grosse semiotische Paradox I. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Das grosse semiotische Paradox II. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Objektale Polysemie von Zeichenklassen

1. In Toth (2009) hatten wir die drei Bezüge der Peirceschen Zeichenrelation

$ZR = (M, O, I)$

aufgrund der widersprüchlichen Definitionen von Peirce, Bense und Walther redefiniert. Wir verstanden unter dem Mittel oder Mittelbezug – die beiden Terme sind insofern identisch, als das Mittel hier als 1-stellige Relation aufgefasst wird – die (1-stellige) Relation eines Zeichenträgers, d.h.

$R(\mathcal{M}) \equiv M.$

Unter Objektbezug verstanden wir die Relation des Mittels zum bezeichneten Objekt, d.h.

$O = (\mathcal{M} \leftrightarrow \Omega) = (R(\mathcal{M}) \leftrightarrow \Omega) \equiv R(\Omega),$

und unter Interpretantenbezug die Relation des Objektbezugs zum bedeutenden Interpretanten, d.h.

$I = (\Omega \leftrightarrow \mathcal{J}) = (R(\Omega) \leftrightarrow \mathcal{J}) \equiv R(\mathcal{J}).$

Somit ist also

$Z = (R(\mathcal{M}), R(\Omega), R(\mathcal{J})) = R(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J}) = R(OR),$

d.h das Zeichen ist eine triadische Relation über den drei triadischen Relata $\mathcal{M}$, Ω und $\mathcal{J}$.

Demgegenüber ist allerdings die Peircesche Zeichenrelation eine triadische Relatiion über einem monadischen, einem dyadischen und einem triadischen Relatum (vgl. Bense 1979, S. 53, 67).

$Z = R(M, O, I) = {}^3R({}^1R, {}^2R, {}^3R),$

d.h. für das Peircesche Zeichen gilt

$M = {}^1R(\mathcal{M})$

$O = {}^2R(\Omega)$

$I = {}^3R(\mathcal{J}),$

aber für die semiotische Objektrelation gilt

$\mathcal{M} = {}^3R(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J})$

$\Omega = {}^3R(\Omega, \mathcal{M}, \mathcal{J})$

$\mathcal{J} = {}^3R(\mathcal{J}, \mathcal{M}, \Omega)$,

d.h. sie ist eine triadische Relation über drei triadischen Partialrelationen

$OR = {}^3R({}^3\mathcal{M}, {}^3\Omega, {}^3\mathcal{J})$.

2. Dieser Umstand, den wir hier durch die Unterscheidung von „Zeichen“ vs. „Peirceschem Zeichen“ verdeutlicht haben, führt nun zu einer semiotischen Polysemie, insofern über OR, da sie keine verschachtelte Relation darstellt, sämtliche $3^3 = 27$ möglichen triadischen Relationen möglich sind, während über ZR traditionell, bedingt durch die semiotische Inklusionsordnung ($a \leq b \leq c$) auf (3.a 2.b 1.c), nur 10 von 27 Zeichenklassen konstruierbar sind.

$$
\begin{array}{llllllcccc}
({}^3R^1S, & {}^2R^1S, & {}^1R^1S) & ({}^3R^1S, & {}^2R^1S, & {}^1R^1S)^\circ & = & ({}^1S^1R, & {}^1S^2R, & {}^1S^3R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^3R^1S, & {}^2R^1S, & {}^1R^1S) & ({}^3R^1S, & {}^2R^1S, & {}^1R^1S)^\circ & = & ({}^1S^1R, & {}^1S^2R, & {}^1S^3R)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llllllcccc}
({}^3R^1S, & {}^2R^1S, & {}^1R^2S) & ({}^3R^1S, & {}^2R^1S, & {}^1R^2S)^\circ & = & ({}^2S^1R, & {}^1S^2R, & {}^1S^3R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^3R^1S, & {}^2R^1S, & {}^1R^2S) & ({}^3R^1S, & {}^2R^1S, & {}^1R^2S)^\circ & = & ({}^2S^1R, & {}^1S^2R, & {}^1S^3R)
\end{array}
$$

$$
\begin{array}{llllllcccc}
({}^3R^1S, & {}^2R^1S, & {}^1R^3S) & ({}^3R^1S, & {}^2R^1S, & {}^1R^3S)^\circ & = & ({}^3S^1R, & {}^1S^2R, & {}^1S^3R) \\
\downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\
({}^3R^1S, & {}^2R^1S, & {}^1R^3S) & ({}^3R^1S, & {}^2R^1S, & {}^1R^3S)^\circ & = & ({}^3S^1R, & {}^1S^2R, & {}^1S^3R)
\end{array}
$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{1}S)\ ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{1}S)^{\circ} = ({}^{1}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \qquad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{2}S)\ ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{2}S)^{\circ} = ({}^{2}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{2}S)\ ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{2}S)^{\circ} = ({}^{2}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \qquad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{2}S)\ ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{2}S)^{\circ} = ({}^{2}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{3}S)\ ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{3}S)^{\circ} = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \qquad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{3}S)\ ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{3}S)^{\circ} = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{1}S)\ ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{1}S)^{\circ} = ({}^{1}S^{1}R,\ {}^{3}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \qquad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{3}S)\ ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{3}S)^{\circ} = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{3}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{2}S)\ ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{2}S)^{\circ} = ({}^{2}S^{1}R,\ {}^{3}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \qquad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{3}S)\ ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{3}S)^{\circ} = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{3}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{3}S)\ ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{3}S)^{\circ} = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{3}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$\downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow \qquad \downarrow \quad \downarrow \quad \downarrow$$

$$({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{3}S)\ ({}^{3}R^{1}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{3}S)^{\circ} = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{3}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

*

$$({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{1}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{1}S)^{\circ} = ({}^{1}S^{1}R,\ {}^{1}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\qquad\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$$

$$({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{2}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{2}S)^{\circ} = ({}^{2}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{2}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{2}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{2}S)^{\circ} = ({}^{2}S^{1}R,\ {}^{1}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\qquad\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$$

$$({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{2}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{2}S)^{\circ} = ({}^{2}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{2}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{3}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{1}S,\ {}^{1}R^{3}S)^{\circ} = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{1}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\qquad\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$$

$$({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{2}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{2}S)^{\circ} = ({}^{2}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{2}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{1}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{1}S)^{\circ} = ({}^{1}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\qquad\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$$

$$({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{3}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{3}S)^{\circ} = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{2}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{2}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{2}S)^{\circ} = ({}^{2}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\qquad\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$$

$$({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{3}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{3}S)^{\circ} = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{2}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{3}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{3}S)^{\circ} = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\qquad\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$$

$$({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{3}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{2}S,\ {}^{1}R^{3}S)^{\circ} = ({}^{3}S^{1}R,\ {}^{2}S^{2}R,\ {}^{2}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{1}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\ {}^{2}R^{3}S,\ {}^{1}R^{1}S)^{\circ} = ({}^{1}S^{1}R,\ {}^{3}S^{2}R,\ {}^{1}S^{3}R)$$

$$\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow\qquad\quad\downarrow\quad\downarrow\quad\downarrow$$

$$({}^{3}R^{2}S,\quad {}^{2}R^{3}S,\quad {}^{1}R^{3}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\quad {}^{2}R^{3}S,\quad {}^{1}R^{3}S)^{\circ} = ({}^{3}S^{1}R,\quad {}^{3}S^{2}R,\quad {}^{2}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{2}S,\quad {}^{2}R^{3}S,\quad {}^{1}R^{2}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\quad {}^{2}R^{3}S,\quad {}^{1}R^{2}S)^{\circ} = ({}^{2}S^{1}R,\quad {}^{3}S^{2}R,\quad {}^{1}S^{3}R)$$

$$\downarrow\quad \downarrow\quad \downarrow\quad \downarrow\quad \downarrow\quad \downarrow\qquad \downarrow\quad \downarrow\quad \downarrow$$

$$({}^{3}R^{2}S,\quad {}^{2}R^{3}S,\quad {}^{1}R^{3}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\quad {}^{2}R^{3}S,\quad {}^{1}R^{3}S)^{\circ} = ({}^{3}S^{1}R,\quad {}^{3}S^{2}R,\quad {}^{2}S^{3}R)$$

$$({}^{3}R^{2}S,\quad {}^{2}R^{3}S,\quad {}^{1}R^{3}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\quad {}^{2}R^{3}S,\quad {}^{1}R^{3}S)^{\circ} = ({}^{3}S^{1}R,\quad {}^{3}S^{2}R,\quad {}^{1}S^{3}R)$$

$$\downarrow\quad \downarrow\quad \downarrow\quad \downarrow\quad \downarrow\quad \downarrow\qquad \downarrow\quad \downarrow\quad \downarrow$$

$$({}^{3}R^{2}S,\quad {}^{2}R^{3}S,\quad {}^{1}R^{3}S)\ ({}^{3}R^{2}S,\quad {}^{2}R^{3}S,\quad {}^{1}R^{3}S)^{\circ} = ({}^{3}S^{1}R,\quad {}^{3}S^{2}R,\quad {}^{2}S^{3}R)$$

*

$$({}^{3}R^{3}S,\quad {}^{2}R^{1}S,\quad {}^{1}R^{1}S)\ ({}^{3}R^{3}S,\quad {}^{2}R^{1}S,\quad {}^{1}R^{1}S)^{\circ} = ({}^{1}S^{1}R,\quad {}^{1}S^{2}R,\quad {}^{1}S^{3}R)$$

$$\downarrow\quad \downarrow\quad \downarrow\quad \downarrow\quad \downarrow\quad \downarrow\qquad \downarrow\quad \downarrow\quad \downarrow$$

$$({}^{3}R^{3}S,\quad {}^{2}R^{3}S,\quad {}^{1}R^{3}S)\ ({}^{3}R^{3}S,\quad {}^{2}R^{3}S,\quad {}^{1}R^{3}S)^{\circ} = ({}^{3}S^{1}R,\quad {}^{3}S^{2}R,\quad {}^{3}S^{1}R)$$

$$\begin{array}{cccccccccc} ({}^3R^3S, & {}^2R^1S, & {}^1R^2S) & ({}^3R^3S, & {}^2R^1S, & {}^1R^2S)^\circ & = & ({}^2S^1R, & {}^1S^2R, & {}^1S^3R) \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S) & ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S)^\circ & = & ({}^3S^1R, & {}^3S^2R, & {}^3S^1R) \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccc} ({}^3R^3S, & {}^2R^1S, & {}^1R^3S) & ({}^3R^3S, & {}^2R^1S, & {}^1R^3S)^\circ & = & ({}^3S^1R, & {}^1S^2R, & {}^1S^3R) \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S) & ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S)^\circ & = & ({}^3S^1R, & {}^3S^2R, & {}^3S^1R) \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccc} ({}^3R^3S, & {}^2R^2S, & {}^1R^1S) & ({}^3R^3S, & {}^2R^2S, & {}^1R^1S)^\circ & = & ({}^1S^1R, & {}^2S^2R, & {}^1S^3R) \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S) & ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S)^\circ & = & ({}^3S^1R, & {}^3S^2R, & {}^3S^1R) \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccc} ({}^3R^3S, & {}^2R^2S, & {}^1R^2S) & ({}^3R^3S, & {}^2R^2S, & {}^1R^2S)^\circ & = & ({}^2S^1R, & {}^2S^2R, & {}^1S^3R) \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S) & ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S)^\circ & = & ({}^3S^1R, & {}^3S^2R, & {}^3S^1R) \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccc} ({}^3R^3S, & {}^2R^2S, & {}^1R^3S) & ({}^3R^3S, & {}^2R^2S, & {}^1R^3S)^\circ & = & ({}^3S^1R, & {}^2S^2R, & {}^1S^3R) \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S) & ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S)^\circ & = & ({}^3S^1R, & {}^3S^2R, & {}^3S^1R) \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccc} ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^1S) & ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^1S)^\circ & = & ({}^1S^1R, & {}^3S^2R, & {}^1S^3R) \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S) & ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S)^\circ & = & ({}^3S^1R, & {}^3S^2R, & {}^3S^1R) \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccc} ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^2S) & ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^2S)^\circ & = & ({}^2S^1R, & {}^3S^2R, & {}^1S^3R) \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S) & ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S)^\circ & = & ({}^3S^1R, & {}^3S^2R, & {}^3S^1R) \end{array}$$

$$\begin{array}{cccccccccc} ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S) & ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S)^\circ & = & ({}^3S^1R, & {}^3S^2R, & {}^1S^3R) \\ \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & \downarrow & & \downarrow & \downarrow & \downarrow \\ ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S) & ({}^3R^3S, & {}^2R^3S, & {}^1R^3S)^\circ & = & ({}^3S^1R, & {}^3S^2R, & {}^3S^1R) \end{array}$$

In den obigen Tabellen haben wir alle polysemen ORs eingerahmt, d.h. alle jene, die auf mehr als eine ZR abgebildet werden.

Bibliographie

Bense, Max Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baen 2009

Toth, Alfred, Relationale Kompositionen III. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Objektabbildungen

1. Bei der thetischen Einführung von Zeichen wird nach Bense (1971, S. 37) vom folgenden Graphen bzw. der folgenden kategorialen Ordnung ausgegangen:

$ZR = (I \rightarrow M \rightarrow O)$.

Generativer und degenerativer Graph werden nach Bense (1971, S. 37) wie folgt dargestellt:

$ZR = (M \rightarrow O \rightarrow I)$

$ZR = (I \rightarrow O \rightarrow M)$

Damit verbleiben die folgenden 3 Ordnungstypen für weitere semiotische Anwendungen:

$ZR = (O \rightarrow I \rightarrow M)$

$ZR = (O \rightarrow M \rightarrow I)$

$ZR = (M \rightarrow I \rightarrow O)$,

das Problem habe ich u.a. bei den semiotischen Diamanten behandelt (vgl. Toth 2008, S. 177 ff.).

2. Damit wird aber stillschweigend vorausgesetzt, dass in diesen 6 kategorialen semiotischen Strukturen sehr viel mehr morphismische Abbildungen möglich sind als die aufgezeigten. Zunächst ist es so, dass semiotische Triaden als durch Konkatenation aus je zwei Dyaden konkateniert aufgefasst werden (vgl. Walther 1979, S. 79):

$(A \rightarrow B) \circ (B \rightarrow C) = (A \rightarrow B \rightarrow C)$

Nun stehen aber hier die $A, B, C \in \{M, O, I\}$ selber nicht für Primzeichen, sondern für Subzeichen. Man muss also das obige Schema wie folgt umnotieren:

$[(A \rightarrow B) \circ (C \rightarrow D)] \circ [(C \rightarrow D) \circ (E \rightarrow F)] = [(A \rightarrow B), (C \rightarrow D), (E \rightarrow F)]$

D.h., es gibt also für jede semiotische Triade, wenn jedes abzubildende bzw. abgebildete Objekt selbst dyadisch ist, nicht nur je 2, sondern 3 Abbildungen. Freilich ist es so, dass hier stillschweigend vorausgesetzt wird, dass im Ausdruck oben rechts in der Gleichung jeweils das erste Objekt pro Klammer mit der Domäne und jeweils das zweite Objekte als Codomäne ausgezeichnet wird. Hebt man jedoch diese Beschränkung auf (vgl. Toth 2009b), so gibt es nicht nur $2^2 = \{(\rightarrow\rightarrow), (\rightarrow\leftarrow), (\leftarrow\rightarrow), (\leftarrow\leftarrow)\}$, sondern $2^3 = 8$

morphismische Kompositionen zwischen den drei Objekten jeder triadischen semiotischen Kategorie:

1. $[(A \rightarrow B)\ (C \rightarrow D)\ (E \rightarrow F)]$

2. $[(A \rightarrow B)\ (C \rightarrow D)\ (E \leftarrow F)]$

3. $[(A \rightarrow B)\ (C \leftarrow D)\ (E \rightarrow F)]$

4. $[(A \leftarrow B)\ (C \rightarrow D)\ (E \rightarrow F)]$

5. $[(A \rightarrow B)\ (C \leftarrow D)\ (E \leftarrow F)]$

6. $[(A \leftarrow B)\ (C \leftarrow D)\ (E \rightarrow F)]$

7. $[(A \leftarrow B)\ (C \rightarrow D)\ (E \leftarrow F)]$

8. $[(A \leftarrow B)\ (C \leftarrow D)\ (E \leftarrow F)]$

3. An dieser Stelle ist es jedoch nötig, den technischen Teil der semiotischen Kategorientheorie zu verlassen und etwas inhaltlich zu argumentieren. Wir waren ausgegangen von der semiotischen Ordnungsstruktur

$ZR = (I \rightarrow M \rightarrow O)$.

Diese wird so interpretiert, dass ein Interpretant (1.) ein Mittel (2.) selektiert, um damit ein Objekt (3.) zu bezeichnen. Demgegenüber kann etwa der „generative Graph“ mit der Ordnung

$ZR = (M \rightarrow O \rightarrow I)$

so interpretiert werden, dass ein Mittel (1.) einem Objekt (2.) für einen Interpretanten (3.) zugeordnet wird.

Solche „Interpretationen“ sind jedoch gefährlich – und vor allem unsinnig, denn alles, was sie „beweisen“, ist die syntaktische Beweglichkeit einer Sprache bei der Beschreibung von semiotischen Strukturen. Wenn es gar nicht mehr geht, bedient man sich halt Diathesen wie der Passivkonstruktion, um damit Hysteron-Proterons zu kaschieren, vgl. etwa:

$ZR = (O \rightarrow M \rightarrow I)$

„Ein Objekt (2.) wird einem Mittel (1.) für einen Interpretanten (3.) zugeordnet“ mit

$ZR = (O \rightarrow I \rightarrow M)$

„Ein Objekt (2.) wird durch einen Interpretanten (3.) einem Mittel (3.) zugeordnet“.

Was wir wirklich benötigen, sind sprachunabhängige Kriterien, um semiotische Abbildungen sinnvoll zu erklären, also etwa die Frage zu beantworten: Wenn ein Objekt mit der Domäne A auf ein Objekt mit der Codomäne B abgebildet, wird, was bedeutet das dann. Genau an dieser Stelle verlässt also die semiotische Kategorietheorie die reine bezeichnungs- und bedeutungsfreie Mathematik und wird „qualitativ", denn solche Frage sind in der reinen Mathematik sinnlos. In der Semiotik jedoch spielt es eine Rolle, oder A, ..., F Mittel-, Objekt- oder Interpretantenbezüge sind. Ich schlage daher folgende Interpretationen vor:

$M \to O$: Bezeichnung

$O \to M$: Deutung

$O \to I$: Enkodierung

$I \to O$: Kodierung

$M \to I$: Verschlüsselung

$I \to M$: Entschlüsselung

Dieses Interpretationssystem hat nun vor allem den Vorteil, dass es nicht nur für Zeichen-, sondern auch für die in Toth (2009a) eingeführten korrelativen Objektrelationen anwendbar ist:

$$\left.\begin{array}{l} \mathcal{M} \to \Omega: \\ \\ \Omega \to \mathcal{M}: \end{array}\right\} \text{Ein Zeichenträger wird einem Objekt zugeordnet.}$$

$$\left.\begin{array}{l} \Omega \to \mathcal{J}: \\ \\ \mathcal{J} \to \Omega: \end{array}\right\} \text{Ein Objekt wird einem Interpreten zugeordnet.}$$

$$\left.\begin{array}{l}\mathcal{M} \to \mathcal{J}: \\ \\ \mathcal{J} \to \mathcal{M}:\end{array}\right\} \text{Ein Zeichenträger wird einem Interpreten zugeordnet.}$$

Wenn ein Zeichenträger einem Objekt zugeordnet wird, bedeutet dies ja zunächst nichts anderes, als dass zwei Objekte einander in einer Weise angenähert werden, wie es sonst in der Natur nicht vorkommt. (Zeichen sind unnatürlich, und mit der Unnatur startet die Kultur.) Von diesen zwei Objekten verliert dann das ursprüngliche Objekt seinen Objektstatus und rückt wegen dieser durch unübliche Kombination bewirkten „Verfremdung" zum Zeichenstatus auf. Metaobjektivierung ist Verfremdung. Das kann bereits durch das Kleinkind geschehen, das einen aufgetürmten Schneehaufen dadurch zum Zeichen für einen Menschen macht, dass es ihm als Zeichenträger Objekte wie Karotte, Knöpfe usw. auf- bzw. eindrückt. So entsteht also Bezeichnung. So entsteht aber sogleich auch Bedeutung, denn je nach der Geschicklichkeit des Kindes wird der durch Gemüse verzierte Schneehaufe als „Schneemann" auch von anderen Kindern, den Eltern usw. identifiziert. Natürlich läuft dabei nichts ohne den Schneehaufen, d.h. das ursprüngliche Objekt. Würde dieses aber in Ruhe gelassen, bliebe es Objekt. Erst das Zuordnen, d.h. Einstecken der Gemüse, die normalerweise weder im Schnee wachsen noch dort zu finden sind, wird der Schneehaufe meta-objektiviert im Sinne von Bense (1967, S. 9), und es tut dies das Kind, d.h. der Interpretant. D.h. die Verfremdung benutzt zwar das Objekt, ist aber einzig durch die Zeichenträger und den Interpreten determiniert, denn als Objekt könnte etwa auch der Sand in einem Sandkasten dienen oder herumliegendes Reisig, aus dem das Kind einen „Böögg" baut. Somit kommt also die Verschlüsselung des Objektes einzig durch Zeichenträger und Interpret zustande.

Bevor wir zum technischen Teil, der eigentlichen Hauptsache dieses Aufsatzes, zurückkehren, noch ein Wort zum wesentlichen Unterschied von Zeichen- und Objektrelation. In ZR = (M, O, I) werden die obigen dyadischen Relationen ja bekanntlich wie folgt interpretiert:

$(M \to O)$ Bezeichnungsfunktion

$(O \to I)$ Bedeutungsfunktion

$(M \to I)$ Gebrauchsfunktion,

d.h. bis auf die Gebrauchsfunktion findet sich kein wesentlicher Unterschied. Allerdings fehlen hier alle konversen Relationen, und sie sind nicht einfach durch Retrosemiose zu erlangen, denn wegen der Sinnhaltigkeit semiotischer Relationen ist folgt aus der Definiertheit von $(A \to B)$ nicht automatisch die Definiertheit von $(B \to A)$, denn, das „B könnte zu einem anderen A als dem ursprünglichen zurückführen", und dies selbst bei einer iconischen Abbildung, wie Bense ca. 1990 einmal bemerkte. Man mache sich dies nochmals klar: Wenn A die Person, → die Photographierung und B das Photo ist, dann ist es aus prinzipiellen Gründen unmöglich, A aus B zu rekonstruieren, und zwar deshalb, weil das Photo als Zeichen niemals die gleich grosse Menge an Übereinstimmungsmerkmalen besitzen kann wie die Person als Objekt, da sonst kein Unterschied mehr bestünde zwischen Zeichen und Objekt, d.h., wenn M den Merkmalsmengen-Operator bezeichnet, dann gilt

$\mathrm{M(Objekt)} > \mathrm{M(Zeichen)} \equiv \mathrm{M}(\mathcal{M}, \Omega, \mathcal{J}) > \mathrm{M(M, O, I)}$,

anders gesagt: Das Objekt enthält immer mehr Merkmale als ein Zeichen. Genau deshalb funktionieren die konversen Relationen auch bei Objekt-, aber nicht bei Zeichenrelationen, d.h. aus einem $(\mathcal{M} \rightarrow \Omega)$ folgt $(\Omega \rightarrow \mathcal{M})$, aber aus einem $(\mathrm{M} \rightarrow \mathrm{O})$ folgt nicht notwendig $(\mathrm{O} \rightarrow \mathrm{M})$.

4. Im Gegensatz zu ZR = (3.a 2.b 1.c), wo die maximale Menge von 3 × 3 × 3 = 27 Zeichenklassen durch die Ordnung a ≤ b ≤ c beschränkt wird, sind bei OR alle 27 Objektrelationen definiert, die also in 9 Trichotomische Triaden zusammengefasst werden können. Da gemäss einem Ergebnis von weiter oben jede Relation 8 „Pfeilschemata", d.h. Kombinationen von Morphismen, besitzt, ergibt dies also 9 × 8 = 72 morphismische Trichotomische Triaden, welche zusammen mit nochmals 72 morphismischen Trichotomischen Triaden des dualen Realittätssystems das Organon der semiotischen Objekttheorie darstellen. Wir listen hier alle 144 möglichen Fälle auf.

1. Trichotomische Triade

([3□1 2□1 1□1] / [3□1 2□1 1□2] / [3□1 2□1 1□3])

[3→1 2→1 1→1] × [3→1 2→1 1→1] = [1←1 1←2 1←3]

[3→1 2→1 1←1] × [3→1 2→1 1←1] = [1←1 1←2 1→3]

[3→1 2←1 1→1] × [3→1 2←1 1→1] = [1←1 1→2 1←3]

[3←1 2→1 1→1] × [3←1 2→1 1→1] = [1→1 1←2 1←3]

[3→1 2←1 1←1] × [3→1 2←1 1←1] = [1←1 1→2 1→3]

[3←1 2←1 1→1] × [3←1 2←1 1→1] = [1→1 1→2 1←3]

[3←1 2→1 1←1] × [3←1 2→1 1←1] = [1→1 1←2 1→3]

[3←1 2←1 1←1] × [3←1 2←1 1←1] = [1→1 1→2 1→3]

[3→1 2→1 1→2] × [3→1 2→1 1→2] = [2←1 1←2 1←3]

[3→1 2→1 1←2] × [3→1 2→1 1←2] = [2←1 1←2 1→3]

[3→1 2←1 1→2] × [3→1 2←1 1→2] = [2←1 1→2 1←3]

[3←1 2→1 1→2] × [3←1 2→1 1→2] = [2→1 1←2 1←3]

[3→1 2←1 1←2] × [3→1 2←1 1←2] = [2←1 1→2 1→3]

[3←1 2←1 1→2] × [3←1 2←1 1→2] = [2→1 1→2 1←3]

[3←1 2→1 1←2] × [3←1 2→1 1←2] = [2→1 1←2 1→3]

[3←1 2←1 1←2] × [3←1 2←1 1←2] = [2→1 1→2 1→3]

[3→1 2→1 1→3] × [3→1 2→1 1→3] = [3←1 1←2 1←3]

[3→1 2→1 1←3] × [3→1 2→1 1←3] = [3←1 1←2 1→3]

[3→1 2←1 1→3] × [3→1 2←1 1→3] = [3←1 1→2 1←3]

[3←1 2→1 1→3] × [3←1 2→1 1→3] = [3→1 1←2 1←3]

[3→1 2←1 1←3] × [3→1 2←1 1←3] = [3←1 1→2 1→3]

[3←1 2←1 1→3] × [3←1 2←1 1→3] = [3→1 1→2 1←3]

[3←1 2→1 1←3] × [3←1 2→1 1←3] = [3→1 1←2 1→3]

[3←1 2←1 1←3] × [3←1 2←1 1←3] = [3→1 1→2 1→3]

2. Trichotomische Triade

([3□1 2□2 1□1] / [3□1 2□2 1□2] / [3□1 2□2 1□3])

[3→1 2→2 1→1] × [3→1 2→2 1→1] = [1←1 2←2 1←3]

[3→1 2→2 1←1] × [3→1 2→2 1←1] = [1←1 2←2 1→3]

[3→1 2←2 1→1] × [3→1 2←2 1→1] = [1←1 2→2 1←3]

[3←1 2→2 1→1] × [3←1 2→2 1→1] = [1→1 2←2 1←3]

$[3{\rightarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\leftarrow}1] \quad \times \quad [3{\rightarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\leftarrow}1] = [1{\leftarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\rightarrow}3]$

$[3{\leftarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\rightarrow}1] \quad \times \quad [3{\leftarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\rightarrow}1] = [1{\rightarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\leftarrow}3]$

$[3{\leftarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\leftarrow}1] \quad \times \quad [3{\leftarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\leftarrow}1] = [1{\rightarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\rightarrow}3]$

$[3{\leftarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\leftarrow}1] \quad \times \quad [3{\leftarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\leftarrow}1] = [1{\rightarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\rightarrow}3]$

$[3{\rightarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\rightarrow}2] \quad \times \quad [3{\rightarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\rightarrow}2] = [2{\leftarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\leftarrow}3]$

$[3{\rightarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\leftarrow}2] \quad \times \quad [3{\rightarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\leftarrow}2] = [2{\leftarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\rightarrow}3]$

$[3{\rightarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\rightarrow}2] \quad \times \quad [3{\rightarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\rightarrow}2] = [2{\leftarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\leftarrow}3]$

$[3{\leftarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\rightarrow}2] \quad \times \quad [3{\leftarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\rightarrow}2] = [2{\rightarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\leftarrow}3]$

$[3{\rightarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\leftarrow}2] \quad \times \quad [3{\rightarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\leftarrow}2] = [2{\leftarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\rightarrow}3]$

$[3{\leftarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\rightarrow}2] \quad \times \quad [3{\leftarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\rightarrow}2] = [2{\rightarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\leftarrow}3]$

$[3{\leftarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\leftarrow}2] \quad \times \quad [3{\leftarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\leftarrow}2] = [2{\rightarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\rightarrow}3]$

$[3{\leftarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\leftarrow}2] \quad \times \quad [3{\leftarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\leftarrow}2] = [2{\rightarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\rightarrow}3]$

$[3{\rightarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\rightarrow}3] \quad \times \quad [3{\rightarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\rightarrow}3] = [3{\leftarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\leftarrow}3]$

$[3{\rightarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\leftarrow}3] \quad \times \quad [3{\rightarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\leftarrow}3] = [3{\leftarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\rightarrow}3]$

$[3{\rightarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\rightarrow}3] \quad \times \quad [3{\rightarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\rightarrow}3] = [3{\leftarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\leftarrow}3]$

$[3{\leftarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\rightarrow}3] \quad \times \quad [3{\leftarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\rightarrow}3] = [3{\rightarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\leftarrow}3]$

$[3{\rightarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\leftarrow}3] \quad \times \quad [3{\rightarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\leftarrow}3] = [3{\leftarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\rightarrow}3]$

$[3{\leftarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\rightarrow}3] \quad \times \quad [3{\leftarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\rightarrow}3] = [3{\rightarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\leftarrow}3]$

$[3{\leftarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\leftarrow}3] \quad \times \quad [3{\leftarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\leftarrow}3] = [3{\rightarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\rightarrow}3]$

$[3{\leftarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\leftarrow}3] \quad \times \quad [3{\leftarrow}1\ 2{\leftarrow}2\ 1{\leftarrow}3] = [3{\rightarrow}1\ 2{\rightarrow}2\ 1{\rightarrow}3]$

3. Trichotomische Triade

([3□1 2□3 1□1] / [3□1 2□3 1□2] / [3□1 2□3 1□3])

[3→1 2→3 1→1] ×[3→1 2→3 1→1] = [1←1 3←2 1←3]

[3→1 2→3 1←1] × [3→1 2→3 1←1] = [1←1 3←2 1→3]

[3→1 2←3 1→1] × [3→1 2←3 1→1] = [1←1 3→2 1←3]

[3←1 2→3 1→1] × [3←1 2→3 1→1] = [1→1 3←2 1←3]

[3→1 2←3 1←1] × [3→1 2←3 1←1] = [1←1 3→2 1→3]

[3←1 2←3 1→1] × [3←1 2←3 1→1] = [1→1 3→2 1←3]

[3←1 2→3 1←1] × [3←1 2→3 1←1] = [1→1 3←2 1→3]

[3←1 2←3 1←1] × [3←1 2←3 1←1] = [1→1 3→2 1→3]

[3→1 2→3 1→2] × [3→1 2→3 1→2] = [2←1 3←2 1←3]

[3→1 2→3 1←2] × [3→1 2→3 1←2] = [2←1 3←2 1→3]

[3→1 2←3 1→2] × [3→1 2←3 1→2] = [2←1 3→2 1←3]

[3←1 2→3 1→2] × [3←1 2→3 1→2] = [2→1 3←2 1←3]

[3→1 2←3 1←2] × [3→1 2←3 1←2] = [2←1 3→2 1→3]

[3←1 2←3 1→2] × [3←1 2←3 1→2] = [2→1 3→2 1←3]

[3←1 2→3 1←2] × [3←1 2→3 1←2] = [2→1 3←2 1→3]

[3←1 2←3 1←2] × [3←1 2←3 1←2] = [2→1 3→2 1→3]

[3→1 2→3 1→3] × [3→1 2→3 1→3] = [3←1 3←2 1←3]

[3→1 2→3 1←3] × [3→1 2→3 1←3] = [3←1 3←2 1→3]

[3→1 2←3 1→3] × [3→1 2←3 1→3] = [3←1 3→2 1←3]

[3←1 2→3 1→3] × [3←1 2→3 1→3] = [3→1 3←2 1←3]

[3→1 2←3 1←3] × [3→1 2←3 1←3] = [3←1 3→2 1→3]

[3←1 2←3 1→3] × [3←1 2←3 1→3] = [3→1 3→2 1←3]

[3←1 2→3 1←3] × [3←1 2→3 1←3] = [3→1 3←2 1→3]

[3←1 2←3 1←3] × [3←1 2←3 1←3] = [3→1 3→2 1→3]

4. Trichotomische Triade

([3□2 2□1 1□1] / [3□2 2□1 1□2] / [3□2 2□1 1□3])

[3→2 2→1 1→1] × [3→2 2→1 1→1] = [1←1 1←2 2←3]

[3→2 2→1 1←1] × [3→2 2→1 1←1] = [1←1 1←2 2→3]

[3→2 2←1 1→1] × [3→2 2←1 1→1] = [1←1 1→2 2←3]

[3←2 2→1 1→1] × [3←2 2→1 1→1] = [1→1 1←2 2←3]

[3→2 2←1 1←1] × [3→2 2←1 1←1] = [1←1 1→2 2→3]

[3←2 2←1 1→1] × [3←2 2←1 1→1] = [1→1 1→2 2←3]

[3←2 2→1 1←1] × [3←2 2→1 1←1] = [1→1 1←2 2→3]

[3←2 2←1 1←1] × [3←2 2←1 1←1] = [1→1 1→2 2→3]

[3→2 2→1 1→2] × [3→2 2→1 1→2] = [2←1 1←2 2←3]

[3→2 2→1 1←2] × [3→2 2→1 1←2] = [2←1 1←2 2→3]

[3→2 2←1 1→2] × [3→2 2←1 1→2] = [2←1 1→2 2←3]

[3←2 2→1 1→2] × [3←2 2→1 1→2] = [2→1 1←2 2←3]

[3→2 2←1 1←2] × [3→2 2←1 1←2] = [2←1 1→2 2→3]

[3←2 2←1 1→2] × [3←2 2←1 1→2] = [2→1 1→2 2←3]

[3←2 2→1 1←2] × [3←2 2→1 1←2] = [2→1 1←2 2→3]

[3←2 2←1 1←2] × [3←2 2←1 1←2] = [2→1 1→2 2→3]

[3→2 2→1 1→3] × [3→2 2→1 1→3] = [3←1 1←2 2←3]

[3→2 2→1 1←3] × [3→2 2→1 1←3] = [3←1 1←2 2→3]

[3→2 2←1 1→3] × [3→2 2←1 1→3] = [3←1 1→2 2←3]

[3←2 2→1 1→3] × [3←2 2→1 1→3] = [3→1 1←2 2←3]

[3→2 2←1 1←3] × [3→2 2←1 1←3] = [3←1 1→2 2→3]

[3←2 2←1 1→3] × [3←2 2←1 1→3] = [3→1 1→2 2←3]

[3←2 2→1 1←3] × [3←2 2→1 1←3] = [3→1 1←2 2→3]

[3←2 2←1 1←3] × [3←2 2←1 1←3] = [3→1 1→2 2→3]

5. Trichotomische Triade
([3□2 2□2 1□1] / [3□2 2□2 1□2] / [3□2 2□2 1□3])

[3→2 2→2 1→1] × [3→2 2→2 1→1] = [1←1 2←2 2←3]

[3→2 2→2 1←1] × [3→2 2→2 1←1] = [1←1 2←2 2→3]

[3→2 2←2 1→1] × [3→2 2←2 1→1] = [1←1 2→2 2←3]

[3←2 2→2 1→1] × [3←2 2→2 1→1] = [1→1 2←2 2←3]

[3→2 2←2 1←1] × [3→2 2←2 1←1] = [1←1 2→2 2→3]

[3←2 2←2 1→1] × [3←2 2←2 1→1] = [1→1 2→2 2←3]

[3←2 2→2 1←1] × [3←2 2→2 1←1] = [1→1 2←2 2→3]

[3←2 2←2 1←1] × [3←2 2←2 1←1] = [1→1 2→2 2→3]

[3→2 2→2 1→2] × [3→2 2→2 1→2] = [2←1 2←2 2←3]

[3→2 2→2 1←2] × [3→2 2→2 1←2] = [2←1 2←2 2→3]

[3→2 2←2 1→2] × [3→2 2←2 1→2] = [2←1 2→2 2←3]

[3←2 2→2 1→2] × [3←2 2→2 1→2] = [2→1 2←2 2←3]

$[3 \rightarrow 2\ 2 \leftarrow 2\ 1 \leftarrow 2] \quad \times \quad [3 \rightarrow 2\ 2 \leftarrow 2\ 1 \leftarrow 2] = [2 \leftarrow 1\ 2 \rightarrow 2\ 2 \rightarrow 3]$

$[3 \leftarrow 2\ 2 \leftarrow 2\ 1 \rightarrow 2] \quad \times \quad [3 \leftarrow 2\ 2 \leftarrow 2\ 1 \rightarrow 2] = [2 \rightarrow 1\ 2 \rightarrow 2\ 2 \leftarrow 3]$

$[3 \leftarrow 2\ 2 \rightarrow 2\ 1 \leftarrow 2] \quad \times \quad [3 \leftarrow 2\ 2 \rightarrow 2\ 1 \leftarrow 2] = [2 \rightarrow 1\ 2 \leftarrow 2\ 2 \rightarrow 3]$

$[3 \leftarrow 2\ 2 \leftarrow 2\ 1 \leftarrow 2] \quad \times \quad [3 \leftarrow 2\ 2 \leftarrow 2\ 1 \leftarrow 2] = [2 \rightarrow 1\ 2 \rightarrow 2\ 2 \rightarrow 3]$

$[3 \rightarrow 2\ 2 \rightarrow 2\ 1 \rightarrow 3] \quad \times \quad [3 \rightarrow 2\ 2 \rightarrow 2\ 1 \rightarrow 3] = [3 \leftarrow 1\ 2 \leftarrow 2\ 2 \leftarrow 3]$

$[3 \rightarrow 2\ 2 \rightarrow 2\ 1 \leftarrow 3] \quad \times \quad [3 \rightarrow 2\ 2 \rightarrow 2\ 1 \leftarrow 3] = [3 \leftarrow 1\ 2 \leftarrow 2\ 2 \rightarrow 3]$

$[3 \rightarrow 2\ 2 \leftarrow 2\ 1 \rightarrow 3] \quad \times \quad [3 \rightarrow 2\ 2 \leftarrow 2\ 1 \rightarrow 3] = [3 \leftarrow 1\ 2 \rightarrow 2\ 2 \leftarrow 3]$

$[3 \leftarrow 2\ 2 \rightarrow 2\ 1 \rightarrow 3] \quad \times \quad [3 \leftarrow 2\ 2 \rightarrow 2\ 1 \rightarrow 3] = [3 \rightarrow 1\ 2 \leftarrow 2\ 2 \leftarrow 3]$

$[3 \rightarrow 2\ 2 \leftarrow 2\ 1 \leftarrow 3] \quad \times \quad [3 \rightarrow 2\ 2 \leftarrow 2\ 1 \leftarrow 3] = [3 \leftarrow 1\ 2 \rightarrow 2\ 2 \rightarrow 3]$

$[3 \leftarrow 2\ 2 \leftarrow 2\ 1 \rightarrow 3] \quad \times \quad [3 \leftarrow 2\ 2 \leftarrow 2\ 1 \rightarrow 3] = [3 \rightarrow 1\ 2 \rightarrow 2\ 2 \leftarrow 3]$

$[3 \leftarrow 2\ 2 \rightarrow 2\ 1 \leftarrow 3] \quad \times \quad [3 \leftarrow 2\ 2 \rightarrow 2\ 1 \leftarrow 3] = [3 \rightarrow 1\ 2 \leftarrow 2\ 2 \rightarrow 3]$

$[3 \leftarrow 2\ 2 \leftarrow 2\ 1 \leftarrow 3] \quad \times \quad [3 \leftarrow 2\ 2 \leftarrow 2\ 1 \leftarrow 3] = [3 \rightarrow 1\ 2 \rightarrow 2\ 2 \rightarrow 3]$

6. Trichotomische Triade

([3□2 2□3 1□1] / [3□2 2□3 1□2] / [3□2 2□3 1□3])

$[3 \rightarrow 2\ 2 \rightarrow 3\ 1 \rightarrow 1] \quad \times \quad [3 \rightarrow 2\ 2 \rightarrow 3\ 1 \rightarrow 1] = [1 \leftarrow 1\ 3 \leftarrow 2\ 2 \leftarrow 3]$

$[3 \rightarrow 2\ 2 \rightarrow 3\ 1 \leftarrow 1] \quad \times \quad [3 \rightarrow 2\ 2 \rightarrow 3\ 1 \leftarrow 1] = [1 \leftarrow 1\ 3 \leftarrow 2\ 2 \rightarrow 3]$

$[3 \rightarrow 2\ 2 \leftarrow 3\ 1 \rightarrow 1] \quad \times \quad [3 \rightarrow 2\ 2 \leftarrow 3\ 1 \rightarrow 1] = [1 \leftarrow 1\ 3 \rightarrow 2\ 2 \leftarrow 3]$

$[3 \leftarrow 2\ 2 \rightarrow 3\ 1 \rightarrow 1] \quad \times \quad [3 \leftarrow 2\ 2 \rightarrow 3\ 1 \rightarrow 1] = [1 \rightarrow 1\ 3 \leftarrow 2\ 2 \leftarrow 3]$

$[3 \rightarrow 2\ 2 \leftarrow 3\ 1 \leftarrow 1] \quad \times \quad [3 \rightarrow 2\ 2 \leftarrow 3\ 1 \leftarrow 1] = [1 \leftarrow 1\ 3 \rightarrow 2\ 2 \rightarrow 3]$

$[3 \leftarrow 2\ 2 \leftarrow 3\ 1 \rightarrow 1] \quad \times \quad [3 \leftarrow 2\ 2 \leftarrow 3\ 1 \rightarrow 1] = [1 \rightarrow 1\ 3 \rightarrow 2\ 2 \leftarrow 3]$

$[3 \leftarrow 2\ 2 \rightarrow 3\ 1 \leftarrow 1] \quad \times \quad [3 \leftarrow 2\ 2 \rightarrow 3\ 1 \leftarrow 1] = [1 \rightarrow 1\ 3 \leftarrow 2\ 2 \rightarrow 3]$

$[3 \leftarrow 2\ 2 \leftarrow 3\ 1 \leftarrow 1] \quad \times \quad [3 \leftarrow 2\ 2 \leftarrow 3\ 1 \leftarrow 1] = [1 \rightarrow 1\ 3 \rightarrow 2\ 2 \rightarrow 3]$

[3→2 2→3 1→2] × [3→2 2→3 1→2] = [2←1 3←2 2←3]

[3→2 2→3 1←2] × [3→2 2→3 1←2] = [2←1 3←2 2→3]

[3→2 2←3 1→2] × [3→2 2←3 1→2] = [2←1 3→2 2←3]

[3←2 2→3 1→2] × [3←2 2→3 1→2] = [2→1 3←2 2←3]

[3→2 2←3 1←2] × [3→2 2←3 1←2] = [2←1 3→2 2→3]

[3←2 2←3 1→2] × [3←2 2←3 1→2] = [2→1 3→2 2←3]

[3←2 2→3 1←2] × [3←2 2→3 1←2] = [2→1 3←2 2→3]

[3←2 2←3 1←2] × [3←2 2←3 1←2] = [2→1 3→2 2→3]

[3→2 2→3 1→3] × [3→2 2→3 1→3] = [3←1 3←2 2←3]

[3→2 2→3 1←3] × [3→2 2→3 1←3] = [3←1 3←2 2→3]

[3→2 2←3 1→3] × [3→2 2←3 1→3] = [3←1 3→2 2←3]

[3←2 2→3 1→3] × [3←2 2→3 1→3] = [3→1 3←2 2←3]

[3→2 2←3 1←3] × [3→2 2←3 1←3] = [3←1 3→2 2→3]

[3←2 2←3 1→3] × [3←2 2←3 1→3] = [3→1 3→2 2←3]

[3←2 2→3 1←3] × [3←2 2→3 1←3] = [3→1 3←2 2→3]

[3←2 2←3 1←3] × [3←2 2←3 1←3] = [3→1 3→2 2→3]

7. Trichotomische Triade

([3□3 2□1 1□1] / [3□3 2□1 1□2] / [3□3 2□1 1□3])

[3→3 2→1 1→1] × [3→3 2→1 1→1] = [1←1 1←2 3←3]

[3→3 2→1 1←1] × [3→3 2→1 1←1] = [1←1 1←2 3→3]

[3→3 2←1 1→1] × [3→3 2←1 1→1] = [1←1 1→2 3←3]

[3←3 2→1 1→1] × [3←3 2→1 1→1] = [1→1 1←2 3←3]

$$[3\rightarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\leftarrow 1] \quad \times \quad [3\rightarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\leftarrow 1] = [1\leftarrow 1\ 1\rightarrow 2\ 3\rightarrow 3]$$

$$[3\leftarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\rightarrow 1] \quad \times \quad [3\leftarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\rightarrow 1] = [1\rightarrow 1\ 1\rightarrow 2\ 3\leftarrow 3]$$

$$[3\leftarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\leftarrow 1] \quad \times \quad [3\leftarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\leftarrow 1] = [1\rightarrow 1\ 1\leftarrow 2\ 3\rightarrow 3]$$

$$[3\leftarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\leftarrow 1] \quad \times \quad [3\leftarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\leftarrow 1] = [1\rightarrow 1\ 1\rightarrow 2\ 3\rightarrow 3]$$

$$[3\rightarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\rightarrow 2] \quad \times \quad [3\rightarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\rightarrow 2] = [2\leftarrow 1\ 1\leftarrow 2\ 3\leftarrow 3]$$

$$[3\rightarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\leftarrow 2] \quad \times \quad [3\rightarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\leftarrow 2] = [2\leftarrow 1\ 1\leftarrow 2\ 3\rightarrow 3]$$

$$[3\rightarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\rightarrow 2] \quad \times \quad [3\rightarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\rightarrow 2] = [2\leftarrow 1\ 1\rightarrow 2\ 3\leftarrow 3]$$

$$[3\leftarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\rightarrow 2] \quad \times \quad [3\leftarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\rightarrow 2] = [2\rightarrow 1\ 1\leftarrow 2\ 3\leftarrow 3]$$

$$[3\rightarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\leftarrow 2] \quad \times \quad [3\rightarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\leftarrow 2] = [2\leftarrow 1\ 1\rightarrow 2\ 3\rightarrow 3]$$

$$[3\leftarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\rightarrow 2] \quad \times \quad [3\leftarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\rightarrow 2] = [2\rightarrow 1\ 1\rightarrow 2\ 3\leftarrow 3]$$

$$[3\leftarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\leftarrow 2] \quad \times \quad [3\leftarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\leftarrow 2] = [2\rightarrow 1\ 1\leftarrow 2\ 3\rightarrow 3]$$

$$[3\leftarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\leftarrow 2] \quad \times \quad [3\leftarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\leftarrow 2] = [2\rightarrow 1\ 1\rightarrow 2\ 3\rightarrow 3]$$

$$[3\rightarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\rightarrow 3] \quad \times \quad [3\rightarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\rightarrow 3] = [3\leftarrow 1\ 1\leftarrow 2\ 3\leftarrow 3]$$

$$[3\rightarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\leftarrow 3] \quad \times \quad [3\rightarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\leftarrow 3] = [3\leftarrow 1\ 1\leftarrow 2\ 3\rightarrow 3]$$

$$[3\rightarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\rightarrow 3] \quad \times \quad [3\rightarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\rightarrow 3] = [3\leftarrow 1\ 1\rightarrow 2\ 3\leftarrow 3]$$

$$[3\leftarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\rightarrow 3] \quad \times \quad [3\leftarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\rightarrow 3] = [3\rightarrow 1\ 1\leftarrow 2\ 3\leftarrow 3]$$

$$[3\rightarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\leftarrow 3] \quad \times \quad [3\rightarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\leftarrow 3] = [3\leftarrow 1\ 1\rightarrow 2\ 3\rightarrow 3]$$

$$[3\leftarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\rightarrow 3] \quad \times \quad [3\leftarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\rightarrow 3] = [3\rightarrow 1\ 1\rightarrow 2\ 3\leftarrow 3]$$

$$[3\leftarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\leftarrow 3] \quad \times \quad [3\leftarrow 3\ 2\rightarrow 1\ 1\leftarrow 3] = [3\rightarrow 1\ 1\leftarrow 2\ 3\rightarrow 3]$$

$$[3\leftarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\leftarrow 3] \quad \times \quad [3\leftarrow 3\ 2\leftarrow 1\ 1\leftarrow 3] = [3\rightarrow 1\ 1\rightarrow 2\ 3\rightarrow 3]$$

8. Trichotomische Triade

([3□3 2□2 1□1] / [3□3 2□2 1□2] / [3□3 2□2 1□3])

[3→3 2→2 1→1] × [3→3 2→2 1→1] = [1←1 2←2 3←3]

[3→3 2→2 1←1] × [3→3 2→2 1←1] = [1←1 2←2 3→3]

[3→3 2←2 1→1] × [3→3 2←2 1→1] = [1←1 2→2 3←3]

[3←3 2→2 1→1] × [3←3 2→2 1→1] = [1→1 2←2 3←3]

[3→3 2←2 1←1] × [3→3 2←2 1←1] = [1←1 2→2 3→3]

[3←3 2←2 1→1] × [3←3 2←2 1→1] = [1→1 2→2 3←3]

[3←3 2→2 1←1] × [3←3 2→2 1←1] = [1→1 2←2 3→3]

[3←3 2←2 1←1] × [3←3 2←2 1←1] = [1→1 2→2 3→3]

[3→3 2→2 1→2] × [3→3 2→2 1→2] = [2←1 2←2 3←3]

[3→3 2→2 1←2] × [3→3 2→2 1←2] = [2←1 2←2 3→3]

[3→3 2←2 1→2] × [3→3 2←2 1→2] = [2←1 2→2 3←3]

[3←3 2→2 1→2] × [3←3 2→2 1→2] = [2→1 2←2 3←3]

[3→3 2←2 1←2] × [3→3 2←2 1←2] = [2←1 2→2 3→3]

[3←3 2←2 1→2] × [3←3 2←2 1→2] = [2→1 2→2 3←3]

[3←3 2→2 1←2] × [3←3 2→2 1←2] = [2→1 2←2 3→3]

[3←3 2←2 1←2] × [3←3 2←2 1←2] = [2→1 2→2 3→3]

[3→3 2→2 1→3] × [3→3 2→2 1→3] = [3←1 2←2 3←3]

[3→3 2→2 1←3] × [3→3 2→2 1←3] = [3←1 2←2 3→3]

[3→3 2←2 1→3] × [3→3 2←2 1→3] = [3←1 2→2 3←3]

[3←3 2→2 1→3] × [3←3 2→2 1→3] = [3→1 2←2 3←3]

$[3 \rightarrow 3\ 2 \leftarrow 2\ 1 \leftarrow 3] \quad \times \quad [3 \rightarrow 3\ 2 \leftarrow 2\ 1 \leftarrow 3] = [3 \leftarrow 1\ 2 \rightarrow 2\ 3 \rightarrow 3]$

$[3 \leftarrow 3\ 2 \leftarrow 2\ 1 \rightarrow 3] \quad \times \quad [3 \leftarrow 3\ 2 \leftarrow 2\ 1 \rightarrow 3] = [3 \rightarrow 1\ 2 \rightarrow 2\ 3 \leftarrow 3]$

$[3 \leftarrow 3\ 2 \rightarrow 2\ 1 \leftarrow 3] \quad \times \quad [3 \leftarrow 3\ 2 \rightarrow 2\ 1 \leftarrow 3] = [3 \rightarrow 1\ 2 \leftarrow 2\ 3 \rightarrow 3]$

$[3 \leftarrow 3\ 2 \leftarrow 2\ 1 \leftarrow 3] \quad \times \quad [3 \leftarrow 3\ 2 \leftarrow 2\ 1 \leftarrow 3] = [3 \rightarrow 1\ 2 \rightarrow 2\ 3 \rightarrow 3]$

9. Trichotomische Triade

([3□3 2□3 1□1] / [3□3 2□3 1□2] / [3□3 2□3 1□3])

$[3 \rightarrow 3\ 2 \rightarrow 3\ 1 \rightarrow 1] \quad \times \quad [3 \rightarrow 3\ 2 \rightarrow 3\ 1 \rightarrow 1] = [1 \leftarrow 1\ 3 \leftarrow 2\ 3 \leftarrow 3]$

$[3 \rightarrow 3\ 2 \rightarrow 3\ 1 \leftarrow 1] \quad \times \quad [3 \rightarrow 3\ 2 \rightarrow 3\ 1 \leftarrow 1] = [1 \leftarrow 1\ 3 \leftarrow 2\ 3 \rightarrow 3]$

$[3 \rightarrow 3\ 2 \leftarrow 3\ 1 \rightarrow 1] \quad \times \quad [3 \rightarrow 3\ 2 \leftarrow 3\ 1 \rightarrow 1] = [1 \leftarrow 1\ 3 \rightarrow 2\ 3 \leftarrow 3]$

$[3 \leftarrow 3\ 2 \rightarrow 3\ 1 \rightarrow 1] \quad \times \quad [3 \leftarrow 3\ 2 \rightarrow 3\ 1 \rightarrow 1] = [1 \rightarrow 1\ 3 \leftarrow 2\ 3 \leftarrow 3]$

$[3 \rightarrow 3\ 2 \leftarrow 3\ 1 \leftarrow 1] \quad \times \quad [3 \rightarrow 3\ 2 \leftarrow 3\ 1 \leftarrow 1] = [1 \leftarrow 1\ 3 \rightarrow 2\ 3 \rightarrow 3]$

$[3 \leftarrow 3\ 2 \leftarrow 3\ 1 \rightarrow 1] \quad \times \quad [3 \leftarrow 3\ 2 \leftarrow 3\ 1 \rightarrow 1] = [1 \rightarrow 1\ 3 \rightarrow 2\ 3 \leftarrow 3]$

$[3 \leftarrow 3\ 2 \rightarrow 3\ 1 \leftarrow 1] \quad \times \quad [3 \leftarrow 3\ 2 \rightarrow 3\ 1 \leftarrow 1] = [1 \rightarrow 1\ 3 \leftarrow 2\ 3 \rightarrow 3]$

$[3 \leftarrow 3\ 2 \leftarrow 3\ 1 \leftarrow 1] \quad \times \quad [3 \leftarrow 3\ 2 \leftarrow 3\ 1 \leftarrow 1] = [1 \rightarrow 1\ 3 \rightarrow 2\ 3 \rightarrow 3]$

$[3 \rightarrow 3\ 2 \rightarrow 3\ 1 \rightarrow 2] \quad \times \quad [3 \rightarrow 3\ 2 \rightarrow 3\ 1 \rightarrow 2] = [2 \leftarrow 1\ 3 \leftarrow 2\ 3 \leftarrow 3]$

$[3 \rightarrow 3\ 2 \rightarrow 3\ 1 \leftarrow 2] \quad \times \quad [3 \rightarrow 3\ 2 \rightarrow 3\ 1 \leftarrow 2] = [2 \leftarrow 1\ 3 \leftarrow 2\ 3 \rightarrow 3]$

$[3 \rightarrow 3\ 2 \leftarrow 3\ 1 \rightarrow 2] \quad \times \quad [3 \rightarrow 3\ 2 \leftarrow 3\ 1 \rightarrow 2] = [2 \leftarrow 1\ 3 \rightarrow 2\ 3 \leftarrow 3]$

$[3 \leftarrow 3\ 2 \rightarrow 3\ 1 \rightarrow 2] \quad \times \quad [3 \leftarrow 3\ 2 \rightarrow 3\ 1 \rightarrow 2] = [2 \rightarrow 1\ 3 \leftarrow 2\ 3 \leftarrow 3]$

$[3 \rightarrow 3\ 2 \leftarrow 3\ 1 \leftarrow 2] \quad \times \quad [3 \rightarrow 3\ 2 \leftarrow 3\ 1 \leftarrow 2] = [2 \leftarrow 1\ 3 \rightarrow 2\ 3 \rightarrow 3]$

$[3 \leftarrow 3\ 2 \leftarrow 3\ 1 \rightarrow 2] \quad \times \quad [3 \leftarrow 3\ 2 \leftarrow 3\ 1 \rightarrow 2] = [2 \rightarrow 1\ 3 \rightarrow 2\ 3 \leftarrow 3]$

$[3 \leftarrow 3\ 2 \rightarrow 3\ 1 \leftarrow 2] \quad \times \quad [3 \leftarrow 3\ 2 \rightarrow 3\ 1 \leftarrow 2] = [2 \rightarrow 1\ 3 \leftarrow 2\ 3 \rightarrow 3]$

$[3 \leftarrow 3\ 2 \leftarrow 3\ 1 \leftarrow 2] \quad \times \quad [3 \leftarrow 3\ 2 \leftarrow 3\ 1 \leftarrow 2] = [2 \rightarrow 1\ 3 \rightarrow 2\ 3 \rightarrow 3]$

$[3\rightarrow3\ 2\rightarrow3\ 1\rightarrow3] \times [3\rightarrow3\ 2\rightarrow3\ 1\rightarrow3] = [3\leftarrow1\ 3\leftarrow2\ 3\leftarrow3]$

$[3\rightarrow3\ 2\rightarrow3\ 1\leftarrow3] \times [3\rightarrow3\ 2\rightarrow3\ 1\leftarrow3] = [3\leftarrow1\ 3\leftarrow2\ 3\rightarrow3]$

$[3\rightarrow3\ 2\leftarrow3\ 1\rightarrow3] \times [3\rightarrow3\ 2\leftarrow3\ 1\rightarrow3] = [3\leftarrow1\ 3\rightarrow2\ 3\leftarrow3]$

$[3\leftarrow3\ 2\rightarrow3\ 1\rightarrow3] \times [3\leftarrow3\ 2\rightarrow3\ 1\rightarrow3] = [3\rightarrow1\ 3\leftarrow2\ 3\leftarrow3]$

$[3\rightarrow3\ 2\leftarrow3\ 1\leftarrow3] \times [3\rightarrow3\ 2\leftarrow3\ 1\leftarrow3] = [3\leftarrow1\ 3\rightarrow2\ 3\rightarrow3]$

$[3\leftarrow3\ 2\leftarrow3\ 1\rightarrow3] \times [3\leftarrow3\ 2\leftarrow3\ 1\rightarrow3] = [3\rightarrow1\ 3\rightarrow2\ 3\leftarrow3]$

$[3\leftarrow3\ 2\rightarrow3\ 1\leftarrow3] \times [3\leftarrow3\ 2\rightarrow3\ 1\leftarrow3] = [3\rightarrow1\ 3\leftarrow2\ 3\rightarrow3]$

$[3\leftarrow3\ 2\leftarrow3\ 1\leftarrow3] \times [3\leftarrow3\ 2\leftarrow3\ 1\leftarrow3] = [3\rightarrow1\ 3\rightarrow2\ 3\rightarrow3]$

Bibliographie

Bense, Max, Semiotik. Baden-Baden 1967

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotische Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Die Bildung von Zeichenklassen über variablen Domänen und Codomänen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Gerichtete semiotische Objekte

1. Der Begriff des „gerichteten Objektes“ (vgl. Toth 2009), der natürlich im Rahmen relationaler Gebilde, welche durch Graphen darstellbar sind, sinnvoll ist, geht auf den Begriff des gerichteten architektonischen Raums zurück (Joedicke 1985, S. 84 ff.) und gründet in den Untersuchungen zur „Stadtkrone“ von Bruno Taut (Taut 1919).

2. Unter einem ungerichteten semiotischen Objekt wird die Objektrelation

$OR = (\mathcal{M}.a, \Omega.b, \mathcal{J}.c)$

verstanden, während ein gerichtetes semiotisches Objekt definiert ist als

$OR_{\rightarrow} = (\mathcal{M}_{\rightarrow a}, \Omega_{\rightarrow b}, \mathcal{J}_{\rightarrow c})$.

Entsprechend wird eine ungerichtete Zeichenklasse durch

$ZR = (3.a\ 2.b\ 1.c)$

und eine gerichtete durch

$ZR = (3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$

definiert.

3. Da jedes Subzeichen der allgemeinen Form

$Sz = (a.b)$

durch folgende 4 gerichteten Objekte definierbar ist

$(a_{\rightarrow b}), (a_{\leftarrow b}), (b_{\rightarrow a}), (b_{\leftarrow a})$,

wobei die beiden Objekte mit Domäne D = b die dualen zu den beiden Objekten mit Domäne D = a sind, und da jede Zeichenklasse bzw. Objektklasse der allgemeinen Form

(3.a 2.b 1.c)

die folgenden 12 Permutationen besitzt

(3.a 2.b 1.c) × (3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3)

(3.a 1.c 2.b) × (3.a 1.c 2.b) = (b.2 c.1 a.3)

(2.b 3.a 1.c) × (2.b 3.a 1.c) = (c.1 a.3 b.2)

(2.b 1.c 3.a) × (2.b 1.c 3.a) = (a.3 c.1 b.2)

(1.c 3.a 2.b) × (1.c 3.a 2.b) = (b.2 a.3 c.1)

(1.c 2.b 3.a) × (1.c 2.b 3.a) = (a.3 b.2 c.1),

ergeben sich also 6 mal 8 = 48 gerichtete Objekte für jede der 10 Zeichenklassen bzw. der 27 Objektklassen.

$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$	$(3_{\rightarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 2_{\rightarrow c})$	$(2_{\rightarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$
$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\rightarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\rightarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$
$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\rightarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\rightarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$
$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$
$(3_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\rightarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\rightarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$
$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$	$(3_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 2_{\rightarrow c})$	$(2_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 1_{\rightarrow c})$
$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\leftarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\leftarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$
$(3_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$	$(3_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(2_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 1_{\leftarrow c})$

$(2_{\rightarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 2_{\rightarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\rightarrow c})$
$(2_{\rightarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$
$(2_{\rightarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$
$(2_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$
$(2_{\rightarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\rightarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$
$(2_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 3_{\rightarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 2_{\rightarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\rightarrow c})$
$(2_{\leftarrow a}\ 1_{\rightarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 3_{\rightarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 2_{\rightarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$
$(2_{\leftarrow a}\ 1_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 3_{\leftarrow b}\ 2_{\leftarrow c})$	$(1_{\leftarrow a}\ 2_{\leftarrow b}\ 3_{\leftarrow c})$

Bibliographie

Joedicke, Jürgen, Raum und Form in der Architektur. Stuttgart 1985

Taut, Bruno, Die Stadtkrone. Jena 1919

Toth, Alfred, Gerichtete Objekte. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Das maximale 3-adisch 4-kontexturale semiotische Spurensystem

Der vorliegende Aufsatz beruht auf Kap. 3 meines Buches „The Trip into the Light“ (Toth 2008) und bringt das maximale permutative semiotische System (vgl. Toth 2008a, S. 177 ff.), basierend auf der triadischen Peirceschen Zeichenklasse, d.h. ohne ihre Erweiterung durch Nullzeichen (vgl. Toth 2009a, b), und zwar in 4 semiotischen Kontexturen (vgl. Kaehr 2008), und zwar deswegen, weil es das extensivste, komplexeste und operabelste unter den bisher bekannten semiotischen Systemen darstellt. Um die charakteristischen „Stufenbauten“ nicht zu zerstören, folgt der technische Teil, trotz dem Preis schwerer Lesbarkeit, in kleinerem Druck.

1. Permutation der Zeichenklassen

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj})((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik})((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik})((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij})((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji})((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})((3\rightarrow a)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj})((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik})((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik})((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{kij})((3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{kij}\ (1\to c)_{kij})$

$((3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{kji})((3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{kij}\ (1\to c)_{kji})((3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{kji}\ (1\to c)_{kji})$

$((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{ijk})$

$((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{ikj})((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{ikj})$

$((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{jik})((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{jik})((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{jik})$

$((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{jki})((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{jki})((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{jki})$

$((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{kij})((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{kij})((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{kij})$

$((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{kji})((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{kji})((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{kji})$

$((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{jki})$

$((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{kij})((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{kij}\ (1\to c)_{kij})$

$((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{kji})((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{kij}\ (1\to c)_{kji})((3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{kji}\ (1\to c)_{kji})$

$((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{ijk})$

$((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{ikj})((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{ikj})$

$((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{jik})((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{jik})((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{jik})$

$((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{jki})((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{jki})((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{jki})$

$((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{kij})((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{kij})((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{kij})$

$((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{kji})((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{kji})((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{kji})$

$((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{jki})$

$((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{kij})((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{kij}\ (1\to c)_{kij})$

$((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{kji})((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{kij}\ (1\to c)_{kji})((3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{kji}\ (1\to c)_{kji})$

$((3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{ijk})$

$((3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{ikj})((3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik})((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik})((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij})((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji})((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})((3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj})((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik})((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik})((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij})((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji})((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})((3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

2. Permutation der Zeichenklassen

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\to a)_{ijk}\ (1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{jki})$

$((3\to a)_{ijk}\ (1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{jki})\ ((3\to a)_{ijk}\ (1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{kij})$

$((3\to a)_{ijk}\ (1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{jki})\ ((3\to a)_{ijk}\ (1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{kij})\ ((3\to a)_{ijk}\ (1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{kji})$

$((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{ijk}\ (2\to b)_{ijk})$

$((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{ikj}\ (2\to b)_{ijk})\ ((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{ikj}\ (2\to b)_{ikj})$

$((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{ijk})\ ((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{ikj})\ ((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{jik})$

$((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{ijk})\ ((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{ikj})\ ((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{jik})$

$((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{ijk})\ ((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{ikj})\ ((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{jik})$

$((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{ijk})\ ((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{ikj})\ ((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{jik})$

$((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{jki})$

$((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{jki})\ ((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{kij})$

$((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{jki})\ ((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{kij})\ ((3\to a)_{ikj}\ (1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{kji})$

$((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{ijk}\ (2\to b)_{ijk})$

$((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{ikj}\ (2\to b)_{ijk})\ ((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{ikj}\ (2\to b)_{ikj})$

$((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{ijk})\ ((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{ikj})\ ((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{jik})$

$((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{ijk})\ ((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{ikj})\ ((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{jik})$

$((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{ijk})\ ((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{ikj})\ ((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{jik})$

$((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{ijk})\ ((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{ikj})\ ((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{jik})$

$((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{jki})$

$((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{jki})\ ((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{kij})$

$((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{jki})\ ((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{kij})\ ((3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{kji})$

$((3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{ijk}\ (2\to b)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki})\ ((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki})\ ((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij})\ ((3\rightarrow a)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki})\ ((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki})\ ((3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij})\ ((3\rightarrow a)_{kij\ i}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jki}(2\rightarrow b)_{jki})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki})\ ((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij})$

$((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki})\ ((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij})\ ((3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji})$

3. Permutation der Zeichenklassen

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik})((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})((2\rightarrow b)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik})((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})((2\rightarrow b)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{ijk})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{ikj})((2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{ikj})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{jik})((2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{jik})((2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{jik})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{jki})((2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{jki})((2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{jki})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kij})((2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kij})((2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kij})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kji})((2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kji})((2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kji})$

$((2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{jki})$

$((2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kij})((2\to b)_{kij}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kij})$

$((2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kji})((2\to b)_{kij}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kji})((2\to b)_{kji}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kji})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{ijk})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{ikj})((2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{ikj})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{jik})((2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{jik})((2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{jik})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{jki})((2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{jki})((2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{jki})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{kij})((2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{kij})((2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{kij})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{kji})((2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{kji})((2\to b)_{kji}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{kji})$

$((2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{jki})$

$((2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{kij})\ ((2\to b)_{kij}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{kij})$

$((2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{kji})((2\to b)_{k}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{kji\ ij})\qquad ((2\to b)_{kji}\ (3\to a)_{jki}\ (1\to c)_{kji})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{kij}\ (1\to c)_{ijk})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{kij}\ (1\to c)_{ikj})((2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{kij}\ (1\to c)_{ikj})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{kij}\ (1\to c)_{jik})((2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{kij}\ (1\to c)_{jik})((2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{kij}\ (1\to c)_{jik})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{kij}\ (1\to c)_{jki})((2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{kij}\ (1\to c)_{jki})((2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{kij}\ (1\to c)_{jki})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{kij}\ (1\to c)_{kij})((2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{kij}\ (1\to c)_{kij})((2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{kij}\ (1\to c)_{kij})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij})((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji})((2\rightarrow b)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kij\ i}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{ijk})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{ikj})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{ikj})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jik})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jik})((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jik})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jki})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jki})((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kij})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kij})((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji})((2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{jki})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kij})((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kij})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji})((2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji})((2\rightarrow b)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji})$

4. Permutation der Zeichenklassen

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{ji}\ (3\rightarrow a)_{ijk\ k})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((2\rightarrow b)_{ijk}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((2\rightarrow b)_{ikj}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((2\rightarrow b)_{jik}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((2\rightarrow b)_{jki}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((2\rightarrow b)_{kij}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((2\rightarrow b)_{kji}\ (1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{ijk}\ (3\to a)_{ikj})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{ikj})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{ikj})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{ikj})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{ikj})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{ikj})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{ikj})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{ikj})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{ikj})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{ikj})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{ikj})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{ikj})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)\ (3\to a)_{ikj\ kji})$ $((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{ikj})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{ikj})$

$((2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{ikj})$

$((2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{ikj})((2\to b)_{kij}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{ikj})$

$((2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{ikj})((2\to b)_{kij}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{ikj})((2\to b)_{kji}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{ikj})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{ijk}\ (3\to a)_{jik})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{jik})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{jik})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{jik})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{jik})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{jik})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)\ (3\to a)_{jik\ jki})$ $((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{jik})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{j}\ (3\to a)_{jik\ ki})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)\ (3\to a)_{jik\ kij})$ $((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)\ (3\to a)_{jik\ kij})$ $((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{ki}\ (3\to a)_{jik\ j})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)\ (3\to a)_{jik\ kji})$ $((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jik})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jik})$

$((2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{jik})$

$((2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jik})((2\to b)_{kij}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jik})$

$((2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jik})((2\to b)_{kij}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jik})((2\to b)_{kji}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jik})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{ijk}\ (3\to a)_{jki})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{jki})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{jki})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{jki})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{jki})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{jki})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{jki})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{jki})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{jki})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jki})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jki})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jki})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jki})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jki})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jki})$

$((2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{jki})$

$((2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jki})\ ((2\to b)_{kij}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jki})$

$((2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jki})((2\to b)_{kij}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jki})((2\to b)_{kji}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jki})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{ijk}\ (3\to a)_{kij})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{kij})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{kij})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{kij})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{kij})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{kij})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{kij})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{kij})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{kij})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{kij})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{kij})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{kij})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{kij})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{kij})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{kij})$

$((2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{kij})$

$((2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{kij})((2\to b)_{kij}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{kij})$

$((2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{kij})((2\to b)_{kij}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{kij})((2\to b)_{kji}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{kij})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{ijk}\ (3\to a)_{kji})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{kji})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{kji})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{kji})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{kji})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{kji})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{kji})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{kji})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{kji})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{kji})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{kji})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{kji})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{kji})((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{kji})((2\to b)_{jik}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{kji})$

$((2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{kji})$

$((2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{kji})((2\to b)_{kij}\ (1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{kji})$

$((2\to b)_{jki}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{kji})((2\to b)_{kij}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{kji})((2\to b)_{kji}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{kji})$

5. Permutation der Zeichenklassen

$((1\to c)_{ijk}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{ijk})$

$((1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{ijk})((1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{ikj})$

$((1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{ijk})((1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{ikj})((1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{ijk})((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{ikj})((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{ijk})((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{ikj})((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{ijk})((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{ikj})((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{jki})$

$((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{jki})((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{kij})$

$((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{jki})((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{kij})$ $((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{ijk}\ (2\to b)_{kji})$

$((1\to c)_{ijk}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{ijk})$

$((1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{ijk})((1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{ikj})$

$((1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{ijk})((1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{ikj})((1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{ijk})((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{ikj})((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{ijk})((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{ikj})((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)\ _{kji}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{ijk})$ $((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{ikj})((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{jki})$

$((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{i}\ (2\to b)_{jki\ kj})$ $((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{kij})$

$((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{jki})((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{kij})((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{ikj}\ (2\to b)_{kji})$

$((1\to c)_{ijk}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ijk})$

$((1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ijk})((1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ikj})$

$((1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ijk})((1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ikj})((1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ijk})$ $((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ikj})((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ijk})$ $((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{ikj})$ $((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{jik})$

$((2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kji})$ $((2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jik}\ (1\to c)_{kji})((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{jki})$

$((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{jki})((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{kij})$

$((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{jki})((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{kij})((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jik}\ (2\to b)_{kji})$

$((1\to c)_{ijk}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ijk})$

$((1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ijk})\ ((1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ikj})$

$((1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ijk})\ ((1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ikj})\ ((1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ijk})\ ((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ikj})\ ((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ijk})\ ((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ikj})\ ((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ijk})\ ((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{ikj})\ ((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{jki})$

$((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{jki})\ ((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{kij})$

$((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{jki})\ ((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{kij})\ ((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jki}\ (2\to b)_{kji})$

$((1\to c)_{ijk}\ (3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{ijk})$

$((1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{ijk})\ ((1\to c)_{ikj}\ (3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{ikj})$

$((1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{ijk})\ ((1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{ikj})\ ((1\to c)_{jik}\ (3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{ijk})\ ((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{ikj})\ ((1\to c)_{jki}\ (3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{ijk})\ ((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{ikj})\ ((1\to c)_{kij}\ (3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{ijk})\ ((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{ikj})\ ((1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{kij}\ (2\to b)_{jik})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki})\ ((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki})\ ((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij})\ ((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})$

$((1\rightarrow c)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((1\rightarrow c)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})$

$((1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((1\rightarrow c)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk})\ ((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj})\ ((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki})\ ((1\rightarrow c)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki})\ ((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij})\ ((1\rightarrow c)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji})$

6. Permutation der Zeichenklassen

$((1\rightarrow c)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{ijk})((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{ijk})\quad ((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{ijk})$

$((1\to c)_{ijk}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{ikj})$

$((1\to c)_{ikj}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{ikj})((1\to c)_{ikj}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{ikj})$

$((1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{ikj})((1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{ikj})((1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{ikj})$

$((1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{ikj})((1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{ikj})((1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{ikj})$

$((1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{ikj})((1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{ikj})((1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{ikj})$

$((1\to c)\ _{kji}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{ikj})$ $((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{ikj})((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{ikj})$

$((1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{ikj})$

$((1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{ikj})((1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{kij}\ (3\to a)_{ikj})$

$((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{ikj})((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{kij}\ (3\to a)_{ikj})((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{kji}\ (3\to a)_{ikj})$

$((1\to c)_{ijk}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik})$

$((1\to c)_{ikj}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik})((1\to c)_{ikj}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jik})$

$((1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik})((1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jik})((1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jik})$

$((1\to c)\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik\ jki})$ $((1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jik})((1\to c)_{j}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jik\ ki})$

$((1\to c)\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jik\ kij})$ $((1\to c)\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jik\ kij})$ $((1\to c)_{ki}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jik\ j})$

$((2\to b)_{ijk}\ (1\to c)\ (3\to a)_{jik\ kji})$ $((2\to b)_{ikj}\ (1\to c)_{kji}\ (3\to a)_{jik})((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jik})$

$((1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{jik})$

$((1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{jik})((1\to c)_{kij}\ (2\to b)_{kij}\ (3\to a)_{jik})$

$((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{jki}\ (3\to a)_{jik})((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{kij}\ (3\to a)_{jik})((1\to c)_{kji}\ (2\to b)_{kji}\ (3\to a)_{jik})$

$((1\to c)_{ijk}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jki})$

$((1\to c)_{ikj}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jki})((1\to c)_{ikj}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jki})$

$((1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jki})((1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jki})((1\to c)_{jik}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jki})$

$((1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{ijk}\ (3\to a)_{jki})((1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{ikj}\ (3\to a)_{jki})((1\to c)_{jki}\ (2\to b)_{jik}\ (3\to a)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jki})((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jki})((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{jki})((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{jki})((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jki})\ ((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{jki})((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{jki})((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{jki})$

$((1\rightarrow c)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij})((1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij})((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij})((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij})((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij})((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij})((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij})((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kij})((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kij})((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij})((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kij})((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kij})((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kij})$

$((1\rightarrow c)_{ijk}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji})((1\rightarrow c)_{ikj}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji})((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji})((1\rightarrow c)_{jik}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji})((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji})((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji})((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji})((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ijk}\ (3\rightarrow a)_{kji})((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{ikj}\ (3\rightarrow a)_{kji})((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jik}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{jki}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kji})((1\rightarrow c)_{kij}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

$((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{jki}\ (3\rightarrow a)_{kji})((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kij}\ (3\rightarrow a)_{kji})((1\rightarrow c)_{kji}\ (2\rightarrow b)_{kji}\ (3\rightarrow a)_{kji})$

1. Permutation der Realitätsthematiken

$((c\rightarrow 1)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kji})$

$((c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kji})$

$((c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{kji})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{kji})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{kji})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{kji})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{kji})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kji})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kji})$

$((c\rightarrow 1)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jki})$

$((c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jki})$

$((c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jki})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jki})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jki})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jki})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jki})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jki})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jki})$

$((c\rightarrow 1)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kij})\ ((c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kij})$

$((c\to1)_{kij}\ (b\to2)_{kji}\ (a\to3)_{kij})\ ((c\to1)_{kij}\ (b\to2)_{jki}\ (a\to3)_{kij})\ ((c\to1)_{kij}\ (b\to2)_{kij}\ (a\to3)_{kij})$

$((c\to1)_{ikj}\ (b\to2)_{kji}\ (a\to3)_{kij})\ ((c\to1)_{ikj}\ (b\to2)_{jki}\ (a\to3)_{kij})\ ((c\to1)_{ikj}\ (b\to2)_{kij}\ (a\to3)_{kij})$

$((c\to1)_{jik}\ (b\to2)_{kji}\ (a\to3)_{kij})\ ((c\to1)_{jik}\ (b\to2)_{jki}\ (a\to3)_{kij})\ ((c\to1)_{jik}\ (b\to2)_{kij}\ (a\to3)_{kij})$

$((c\to1)_{ijk}\ (b\to2)_{kji}\ (a\to3)_{kij})\ ((c\to1)_{ijk}\ (b\to2)_{jki}\ (a\to3)_{kij})\ ((c\to1)_{ijk}\ (b\to2)_{kij}\ (a\to3)_{kij})$

$((c\to1)_{ikj}\ (b\to2)_{ikj}\ (a\to3)_{kij})$

$((c\to1)_{jik}\ (b\to2)_{ikj}\ (a\to3)_{kij})\ ((c\to1)_{jik}\ (b\to2)_{jik}\ (a\to3)_{kij})$

$((c\to1)_{ijk}\ (b\to2)_{ikj}\ (a\to3)_{kij})\ ((c\to1)_{ijk}\ (b\to2)_{jik}(a\to3)_{kij})\ ((c\to1)_{ijk}\ (b\to2)_{ijk}\ (a\to3)_{kij})$

$((c\to1)_{kji}\ (b\to2)_{kji}\ (a\to3)_{ikj})$

$((c\to1)_{jki}\ (b\to2)_{kji}\ (a\to3)_{ikj})\ ((c\to1)_{jki}\ (b\to2)_{jki}\ (a\to3)_{ikj})$

$((c\to1)_{kij}\ (b\to2)_{kji}\ (a\to3)_{ikj})\ ((c\to1)_{kij}\ (b\to2)_{jki}\ (a\to3)_{ikj})\ ((c\to1)_{kij}\ (b\to2)_{kij}\ (a\to3)_{ikj})$

$((c\to1)_{ikj}\ (b\to2)_{kji}\ (a\to3)_{ikj})\ ((c\to1)_{ikj}\ (b\to2)_{jki}\ (a\to3)_{ikj})\ ((c\to1)_{ikj}\ (b\to2)_{kij}\ (a\to3)_{ikj})$

$((c\to1)_{jik}\ (b\to2)_{kji}\ (a\to3)_{ikj})\ ((c\to1)_{jik}\ (b\to2)_{jki}\ (a\to3)_{ikj})\ ((c\to1)_{jik}\ (b\to2)_{kij}\ (a\to3)_{ikj})$

$((c\to1)_{ijk}\ (b\to2)_{kji}\ (a\to3)_{ikj})\ ((c\to1)_{ijk}\ (b\to2)_{jki}\ (a\to3)_{ikj})\ ((c\to1)_{ijk}\ (b\to2)_{kij}\ (a\to3)_{ikj})$

$((c\to1)_{ikj}\ (b\to2)_{ikj}\ (a\to3)_{ikj})$

$((c\to1)_{jik}\ (b\to2)_{ikj}\ (a\to3)_{ikj})\ ((c\to1)_{jik}\ (b\to2)_{jik}\ (a\to3)_{ikj})$

$((c\to1)_{ijk}\ (b\to2)_{ikj}\ (a\to3)_{ikj})\ ((c\to1)_{ijk}\ (b\to2)_{jik}\ (a\to3)_{ikj})\ ((c\to1)_{ijk}\ (b\to2)_{ijk}\ (a\to3)_{ikj})$

$((c\to1)_{kji}\ (b\to2)_{kji}\ (a\to3)_{jik})$

$((c\to1)_{jki}\ (b\to2)_{kji}\ (a\to3)_{jik})\ ((c\to1)_{jki}\ (b\to2)_{jki}\ (a\to3)_{jik})$

$((c\to1)_{kij}\ (b\to2)_{kji}\ (a\to3)_{jik})\ ((c\to1)_{kij}\ (b\to2)_{jki}\ (a\to3)_{jik})\ ((c\to1)_{kij}\ (b\to2)_{kij}\ (a\to3)_{jik})$

$((c\to1)_{ikj}\ (b\to2)_{kji}\ (a\to3)_{jik})\ ((c\to1)_{ikj}\ (b\to2)_{jki}\ (a\to3)_{jik})\ ((c\to1)_{ikj}\ (b\to2)_{kij}\ (a\to3)_{jik})$

$((c\to1)_{jik}\ (b\to2)_{kji}\ (a\to3)_{jik})\ ((c\to1)_{jik}\ (b\to2)_{jki}\ (a\to3)_{jik})\ ((c\to1)_{jik}\ (b\to2)_{kij}\ (a\to3)_{jik})$

$((c\to1)_{ijk}\ (b\to2)_{kji}\ (a\to3)_{jik})\ ((c\to1)_{ijk}\ (b\to2)_{jki}\ (a\to3)_{jik})\ ((c\to1)_{ijk}\ (b\to2)_{kij}\ (a\to3)_{jik})$

$((c\to1)_{ikj}\ (b\to2)_{ikj}\ (a\to3)_{jik})$

$((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{jik})\ ((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{jik})$

$((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{jik})\ ((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{jik})\ ((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{ijk}\ (a \rightarrow 3)_{jik})$

$((c \rightarrow 1)_{kji}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})$

$((c \rightarrow 1)_{jki}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})\ ((c \rightarrow 1)_{jki}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})$

$((c \rightarrow 1)_{kij}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})\ ((c \rightarrow 1)_{kij}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})\ ((c \rightarrow 1)_{kij}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})$

$((c \rightarrow 1)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})\ ((c \rightarrow 1)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})\ ((c \rightarrow 1)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})$

$((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})\ ((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})\ ((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})$

$((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})\ ((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})\ ((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})$

$((c \rightarrow 1)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})$

$((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})\ ((c \rightarrow 1)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})$

$((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})\ ((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})\ ((c \rightarrow 1)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{ijk}\ (a \rightarrow 3)_{ijk})$

2. Permutation der Realitätsthematiken

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kji})\ ((b \rightarrow 2)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{kji})\ ((b \rightarrow 2)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{kji})\ ((b \rightarrow 2)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{kji})\ ((b \rightarrow 2)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{kji})\ ((b \rightarrow 2)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{kji})\ ((b \rightarrow 2)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{kji})\ ((b \rightarrow 2)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{ijk}\ (a \rightarrow 3)_{kji})\ ((b \rightarrow 2)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{ijk}\ (a \rightarrow 3)_{kji})\ ((b \rightarrow 2)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{ijk}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((b \rightarrow 2)_{ikj}\ (c \rightarrow 1)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((b \rightarrow 2)_{ikj}\ (c \rightarrow 1)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{kji})\ ((b \rightarrow 2)_{jik}\ (c \rightarrow 1)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((b \rightarrow 2)_{ikj}\ (c \rightarrow 1)_{ijk}\ (a \rightarrow 3)_{kji})\ ((b \rightarrow 2)_{jik}\ (c \rightarrow 1)_{ijk}\ (a \rightarrow 3)_{kji})\ ((b \rightarrow 2)_{ijk}\ (c \rightarrow 1)_{ijk}\ (a \rightarrow 3)_{kji})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{jki})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{jki})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{jki})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{jki})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{jki})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{jki})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{jki})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{jki})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{jki})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{jki})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{jki})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{jki})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jki})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jki})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jki})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{jki})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{jki})\ ((b\to 2)_{jik}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{jki})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jki})\ ((b\to 2)_{jik}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jki})\ ((b\to 2)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jki})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{kji}\ (a\to 3)_{kij})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{kij})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{kij})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{kij})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{kij})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{kij})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{kij})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{kij})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{kij})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{kij})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{kij})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{kij})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{kij})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{kij})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{kij})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{kij})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{kij})((b\to 2)_{jik}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{kij})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{kij})\ ((b\to 2)_{jik}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{kij})\ ((b\to 2)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{kij})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{kji}\ (a\to 3)_{ikj})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{ikj})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{ikj})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{ikj})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{ikj})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{ikj})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{ikj})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{ikj})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{ikj})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{ikj})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{ikj})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{ikj})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ikj})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ikj})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ikj})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{ikj})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{ikj})\ ((b\to 2)_{jik}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{ikj})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ikj})\ ((b\to 2)_{jik}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ikj})\ ((b\to 2)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ikj})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{kji}\ (a\to 3)_{jik})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{jik})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{jik})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{jik})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{jik})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{jik})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{jik})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{jik})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{jik})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{jik})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{jik})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{jik})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jik})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jik})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jik})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{jik})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{jik})\ ((b\to 2)_{jik}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{jik})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jik})\ ((b\to 2)_{jik}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jik})\ ((b\to 2)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jik})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{kji}\ (a\to 3)_{ijk})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{ijk})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{ijk})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{ijk})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{ijk})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{ijk})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{ijk})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{ijk})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{ijk})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{ijk})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{ijk})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{ijk})$

$((b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ijk})\ ((b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ijk})\ ((b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ijk})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{ijk})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{ijk})\ ((b\to 2)_{jik}\ (c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{ijk})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ijk})\ ((b\to 2)_{jik}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ijk})\ ((b\to 2)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ijk})$

3. Permutation der Realitätsthematiken

$((c\to 1)_{kji}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji})$

$((c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jki})$

$((c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jki})\ ((c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kij})$

$((c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jki})\ ((c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kij})$

$((c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jki})\ ((c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kij})$

$((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jki})\ ((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kij})$

$((c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{ikj})$

$((c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{ikj})\ ((c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jik})$

$((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{ikj})\ ((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jik})\ ((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{ijk})$

$((c\to 1)_{kji}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kji})$

$((c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{jki})$

$((c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{jki})\ ((c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kij})$

$((c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{jki})\ ((c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kij})$

$((c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{jki})\ ((c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kij})$

$((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{jki})\ ((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kij})$

$((c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{ikj})$

$((c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{ikj})\ ((c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{jik})$

$((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{ikj})\ ((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{jik})\ ((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{ijk})$

$((c\to 1)_{kji}\ (a\to 3)_{kij}\ (b\to 2)_{kji})$

$((c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{kij}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{kij}\ (b\to 2)_{jki})$

$((c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{kij}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{kij}\ (b\to 2)_{jki})\ ((c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{kij}\ (b\to 2)_{kij})$

$((c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{kij}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{kij}\ (b\to 2)_{jki})\ ((c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{kij}\ (b\to 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$
$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$
$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})\ ((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$
$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij}(b\rightarrow 2)_{jik})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{ijk})$

$((c\rightarrow 1)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$
$((c\rightarrow 1)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$
$((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$
$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$
$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$
$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$
$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})\ ((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$
$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jik})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ijk})$

$((c\rightarrow 1)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$
$((c\rightarrow 1)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$
$((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$
$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$
$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$
$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((c\rightarrow 1)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$
$((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})\ ((c\rightarrow 1)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$

$((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jik}\ (b\to 2)_{ikj})\ ((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jik}\ (b\to 2)_{jik})\ ((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{jik}\ (b\to 2)_{ijk})$

$((c\to 1)_{kji}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{kji})$

$((c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{jki}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{jki})$

$((c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{jki})\ ((c\to 1)_{kij}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{kij})$

$((c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{jki})\ ((c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{kij})$

$((c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{jki})\ ((c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{kij})$

$((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{kji})\ ((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{jki})\ ((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{kij})$

$((c\to 1)_{ikj}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{ikj})$

$((c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{ikj})\ ((c\to 1)_{jik}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{jik})$

$((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{ikj})\ ((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{jik})\ ((c\to 1)_{ijk}\ (a\to 3)_{ijk}\ (b\to 2)_{ijk})$

4. Permutation der Realitätsthematiken

$((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{kji}\ (b\to 2)_{kji})$

$((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{jki}\ (b\to 2)_{kji})\ ((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{jki}\ (b\to 2)_{jki})$

$((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{kij}\ (b\to 2)_{kji})\ ((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{kij}\ (b\to 2)_{jki})\ ((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{kij}\ (b\to 2)_{kij})$

$((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{ikj}\ (b\to 2)_{kji})\ ((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{ikj}\ (b\to 2)_{jki})\ ((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{ikj}\ (b\to 2)_{kij})$

$((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{jik}\ (b\to 2)_{kji})\ ((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{jik}\ (b\to 2)_{jki})\ ((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{jik}\ (b\to 2)_{kij})$

$((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{ijk}\ (b\to 2)_{kji})\ ((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{ijk}\ (b\to 2)_{jki})\ ((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{ijk}\ (b\to 2)_{kij})$

$((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{ikj}\ (b\to 2)_{ikj})$

$((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{jik}\ (b\to 2)_{ikj})\ ((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{jik}\ (b\to 2)_{jik})$

$((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{ijk}\ (b\to 2)_{ikj})\ ((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{ijk}\ (b\to 2)_{jik})\ ((a\to 3)_{kji}\ (c\to 1)_{ijk}\ (b\to 2)_{ijk})$

$((a\to 3)_{jki}\ (c\to 1)_{kji}\ (b\to 2)_{kji})$

$((a\to 3)_{jki}\ (c\to 1)_{jki}\ (b\to 2)_{kji})\ ((a\to 3)_{jki}\ (c\to 1)_{jki}\ (b\to 2)_{jki})$

$((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji})((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$

$((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})\ ((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$

$((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})\ ((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik})\ ((a\rightarrow 3)_{jki}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ijk})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})\ ((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$

$((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})\ ((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik})\ ((a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ijk})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})\ ((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$

$((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})\ ((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik})\ ((a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ijk})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})\ ((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$

$((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})\ ((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik})\ ((a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}(b\rightarrow 2)_{ijk})$

$((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{kji}\ (b\rightarrow 2)_{kji})$

$((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{jki}\ (b\rightarrow 2)_{jki})$

$((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kji})\ ((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jki})\ ((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{kij})$

$((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{ikj}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})$

$((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})\ ((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{jik}\ (b\rightarrow 2)_{jik})$

$((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})\ ((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{jik})\ ((a\rightarrow 3)_{ijk}\ (c\rightarrow 1)_{ijk}\ (b\rightarrow 2)_{ijk})$

5. Permutation der Realitätsthematiken

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{kji})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{jki})$ $((b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{jki})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{kij})$ $((b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{kij})$ $((b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{kij})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$ $((b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$ $((b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$

$((b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$

$((b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((b \rightarrow 2)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$

$((b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((b \rightarrow 2)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((b \rightarrow 2)_{ijk}\ (a \rightarrow 3)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{kji})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{jki})$ $((b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{jki})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{kij})$ $((b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{kij})$ $((b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{kij})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$ $((b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$ $((b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$

$((b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$

$((b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((b \rightarrow 2)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$

$((b \rightarrow 2)_{ikj}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((b \rightarrow 2)_{jik}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((b \rightarrow 2)_{ijk}\ (a \rightarrow 3)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{kji})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{jki})$ $((b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{jki})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{kij})$ $((b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{kij})$ $((b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{kij})$

$((b \rightarrow 2)_{kji}\ (a \rightarrow 3)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$ $((b \rightarrow 2)_{jki}\ (a \rightarrow 3)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$ $((b \rightarrow 2)_{kij}\ (a \rightarrow 3)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik})\ ((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik})\ ((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})\ ((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$

$((b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})$

$((b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik})\ ((b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$

$((c\rightarrow 1)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (b\rightarrow 2)_{ikj})((b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})\ ((b\rightarrow 2)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{kij}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{kji})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jki})\ ((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jki})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{kij})\ ((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{kij})\ ((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{kij})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})\ ((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})\ ((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik})\ ((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik})\ ((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})\ ((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})\ ((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$

$((b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})$

$((b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik})\ ((b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$

$((b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})\ ((b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})\ ((b\rightarrow 2)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{ikj}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{kji})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jki})\ ((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jki})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{kij})\ ((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{kij})\ ((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{kij})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})\ ((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})\ ((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik})\ ((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik})\ ((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$

$((b\rightarrow 2)_{kji}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})\ ((b\rightarrow 2)_{jki}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})\ ((b\rightarrow 2)_{kij}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$

$((b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ikj})$

$((b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik})\ ((b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{jik})$

$((b\rightarrow 2)_{ikj}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})\ ((b\rightarrow 2)_{jik}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})\ ((b\rightarrow 2)_{ijk}\ (a\rightarrow 3)_{jik}\ (c\rightarrow 1)_{ijk})$

$((b\to 2)_{kji}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{kji})$

$((b\to 2)_{kji}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{jki})\ ((b\to 2)_{jki}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{jki})$

$((b\to 2)_{kji}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{kij})\ ((b\to 2)_{jki}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{kij})\ ((b\to 2)_{kij}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{kij})$

$((b\to 2)_{kji}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ikj})\ ((b\to 2)_{jki}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ikj})\ ((b\to 2)_{kij}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ikj})$

$((b\to 2)_{kji}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{jik})\ ((b\to 2)_{jki}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{jik})\ ((b\to 2)_{kij}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{jik})$

$((b\to 2)_{kji}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk})\ ((b\to 2)_{jki}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk})\ ((b\to 2)_{kij}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ikj})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{jik})\ ((b\to 2)_{jik}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{jik})$

$((b\to 2)_{ikj}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk})\ ((b\to 2)_{jik}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk})\ ((b\to 2)_{ijk}\ (a\to 3)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk})$

6. Permutation der Realitätsthematiken

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{kji})$

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{jki})\ ((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{jki})$

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{kij})((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{kij})\ ((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{kij})$

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{ikj})((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{ikj})\ ((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{ikj})$

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{jik})\ ((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{jik})\ ((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{jik})$

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kji}(c\to 1)_{ijk})\ ((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{ijk})\ ((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{ijk})$

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{ikj})$

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{jik})\ ((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jik}\ (c\to 1)_{jik})$

$((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{ikj}\ (c\to 1)_{ijk})\ ((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{jik}\ (c\to 1)_{ijk})\ ((a\to 3)_{kji}\ (b\to 2)_{ijk}\ (c\to 1)_{ijk})$

$((a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{kji})$

$((a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{jki})((a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{jki})$

$((a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{kij})\ ((a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{kij})((a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{kij})$

$((a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kji}\ (c\to 1)_{ikj})((a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{jki}\ (c\to 1)_{ikj})((a\to 3)_{jki}\ (b\to 2)_{kij}\ (c\to 1)_{ikj})$

$((a\longrightarrow 3)_{jki}\ (b\longrightarrow 2)_{kji}\ (c\longrightarrow 1)_{jik})$ $((a\longrightarrow 3)_{jki}\ (b\longrightarrow 2)_{jki}\ (c\longrightarrow 1)_{jik})$ $((a\longrightarrow 3)_{jki}\ (b\longrightarrow 2)_{kij}\ (c\longrightarrow 1)_{jik})$

$((a\longrightarrow 3)_{jki}\ (b\longrightarrow 2)_{kji}\ (c\longrightarrow 1)_{ijk})$ $((a\longrightarrow 3)_{jki}\ (b\longrightarrow 2)_{jki}\ (c\longrightarrow 1)_{ijk})$ $((a\longrightarrow 3)_{jki}\ (b\longrightarrow 2)_{kij}\ (c\longrightarrow 1)_{ijk})$

$((a\longrightarrow 3)_{jki}\ (b\longrightarrow 2)_{ikj}\ (c\longrightarrow 1)_{ikj})$

$((a\longrightarrow 3)_{jki}\ (b\longrightarrow 2)_{ikj}\ (c\longrightarrow 1)_{jik})$ $((a\longrightarrow 3)_{jki}\ (b\longrightarrow 2)_{jik}\ (c\longrightarrow 1)_{jik})$

$((a\longrightarrow 3)_{jki}\ (b\longrightarrow 2)_{ikj}\ (c\longrightarrow 1)_{ijk})$ $((a\longrightarrow 3)_{jki}\ (b\longrightarrow 2)_{jik}\ (c\longrightarrow 1)_{ijk})$ $((a\longrightarrow 3)_{jki}\ (b\longrightarrow 2)_{ijk}\ (c\longrightarrow 1)_{ijk})$

$((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{kji}\ (c\longrightarrow 1)_{kji})$

$((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{kji}\ (c\longrightarrow 1)_{jki})$ $((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{jki}\ (c\longrightarrow 1)_{jki})$

$((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{kji}\ (c\longrightarrow 1)_{kij})$ $((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{jki}\ (c\longrightarrow 1)_{kij})$ $((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{kij}\ (c\longrightarrow 1)_{kij})$

$((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{kji}\ (c\longrightarrow 1)_{kij})$ $((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{jki}\ (c\longrightarrow 1)_{ikj})$ $((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{kij}\ (c\longrightarrow 1)_{ikj})$

$((a\longrightarrow 3)_{jik}\ (b\longrightarrow 2)_{kji}\ (c\longrightarrow 1)_{kij})$ $((a\longrightarrow 3)_{jik}\ (b\longrightarrow 2)_{jki}\ (c\longrightarrow 1)_{kij})$ $((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{kij}\ (c\longrightarrow 1)_{jik})$

$((a\longrightarrow 3)_{ijk}\ (b\longrightarrow 2)_{kji}\ (c\longrightarrow 1)_{kij})$ $((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{jki}\ (c\longrightarrow 1)_{ijk})$ $((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{kij}\ (c\longrightarrow 1)_{ijk})$

$((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{ikj}\ (c\longrightarrow 1)_{ikj})$

$((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{ikj}\ (c\longrightarrow 1)_{jik})$ $((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{jik}\ (c\longrightarrow 1)_{jik})$

$((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{ikj}\ (c\longrightarrow 1)_{ijk})$ $((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{jik}\ (c\longrightarrow 1)_{ijk})$ $((a\longrightarrow 3)_{kij}\ (b\longrightarrow 2)_{ijk}\ (c\longrightarrow 1)_{ijk})$

$((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{kji}\ (c\longrightarrow 1)_{kji})$

$((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{kji}\ (c\longrightarrow 1)_{jki})$ $((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{jki}\ (c\longrightarrow 1)_{jki})$

$((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{kji}\ (c\longrightarrow 1)_{kij})$ $((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{jki}\ (c\longrightarrow 1)_{kij})$ $((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{kij}\ (c\longrightarrow 1)_{kij})$

$((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{kji}\ (c\longrightarrow 1)_{ikj})$ $((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{jki}\ (c\longrightarrow 1)_{ikj})$ $((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{kij}\ (c\longrightarrow 1)_{ikj})$

$((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{kji}\ (c\longrightarrow 1)_{jik})$ $((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{jki}\ (c\longrightarrow 1)_{jik})$ $((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{kij}\ (c\longrightarrow 1)_{jik})$

$((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{kji}\ (c\longrightarrow 1)_{ijk})$ $((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{jki}\ (c\longrightarrow 1)_{ijk})$ $((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{kij}\ (c\longrightarrow 1)_{ijk})$

$((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{ikj}\ (c\longrightarrow 1)_{ikj})$

$((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{ikj}\ (c\longrightarrow 1)_{jik})$ $((a\longrightarrow 3)_{ikj}\ (b\longrightarrow 2)_{jik}\ (c\longrightarrow 1)_{jik})$

$((a \rightarrow 3)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((a \rightarrow 3)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{jik}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((a \rightarrow 3)_{ikj}\ (b \rightarrow 2)_{ijk}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$

$((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{kji})$

$((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{jki})$ $((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{jki})$

$((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{kij})$ $((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{kij})$ $((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{kij})$

$((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$ $((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$ $((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$

$((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$

$((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$

$((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$

$((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{jik}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$

$((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{jik}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((a \rightarrow 3)_{jik}\ (b \rightarrow 2)_{ijk}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$

$((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{kji})$

$((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{jki})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{jki})$

$((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{kij})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{kij})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{kij})$

$((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$

$((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$

$((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{kji}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{jki}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{kij}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$

$((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (c \rightarrow 1)_{ikj})$

$((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{jik}\ (c \rightarrow 1)_{jik})$

$((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{ikj}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{jik}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$ $((a \rightarrow 3)_{ijk}\ (b \rightarrow 2)_{ijk}\ (c \rightarrow 1)_{ijk})$

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://rudys-diamondstrategies.blogspot.com/2008/12/diamond-semiotics.html (2008)

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008 (Toth 2008a)

Toth, Alfred, The Trip into the Light. Klagenfurt 2008 (Toth 2008b)

Toth, Alfred, Das Nullzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Nullzeichen in semiotischen Termen mit variablen Domänen und Codomänen sowie invertierbaren Abbildungen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Die Vervollständigung der strukturellen Realitäten

1. In Toth (2009) hatten wir, wir gestützt auf die Einführung des Peirceschen Zeichens als triadisch-inklusive Relation einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation durch Bense (1979, S. 27), die 6 möglichen Permutationen der triadischen Zeichenklasse zusammen mit ihren relationalen Klammerungen wie folgt bestimmt:

$ZR1 = ((M), ((M \rightarrow O), (O \rightarrow I)))$

$\times ZR1 = \times((M), ((M \rightarrow O), (O \rightarrow I))) = (((I \rightarrow O), (O \rightarrow M)), (M))$

$ZR2 = ((M), ((O \rightarrow I), (M \rightarrow O)))$

$\times ZR2 = ((M), ((O \rightarrow I), (M \rightarrow O))) = (((O \rightarrow M), (I \rightarrow O)), (M))$

$ZR3 = ((O \rightarrow I), ((M), (M \rightarrow O)))$

$\times ZR3 = ((O \rightarrow I), ((M), (M \rightarrow O))) = (((O \rightarrow M), (M)), (I \rightarrow O))$

$ZR4 = ((O \rightarrow I), ((M \rightarrow O), (M)))$

$\times ZR4 = ((O \rightarrow I), ((M \rightarrow O), (M)) = (((M), (O \rightarrow M)), (I \rightarrow O))$

$ZR5 = ((M \rightarrow O), ((M), (O \rightarrow I)))$

$\times ZR5 = ((M \rightarrow O), ((M), (O \rightarrow I))) = (((I \rightarrow O), (M)), (O \rightarrow M))$

$ZR6 = ((M \rightarrow O), ((O \rightarrow I), (M)))$

$\times ZR6 = ((M \rightarrow O), ((O \rightarrow I), (M))) = (((M), (I \rightarrow O)), (O \rightarrow M))$

2. Wenn wir nun über den 6 Ordnungsrelationen die entsprechenden Zeichenklassen (und Realitätsthematiken) konstruieren, bekommen wir die folgenden in den Tabellen ganz rechts notierten strukturellen Realitäten:

2.1. OR1 = (((I → O), (O → M)), (M))

Zkl1 = (3.a 2.b 1.c) × (c.1 b.2 a.3) = Rth1

2.1.1.	(3.1 2.1 1.1)	×	(1.1 $\underline{1.2\ 1.3}$)	M-them. M
2.1.2.	(3.1 2.1 1.2)	×	(2.1 $\underline{1.2\ 1.3}$)	M-them. O
2.1.3.	(3.1 2.1 1.3)	×	(3.1 $\underline{1.2\ 1.3}$)	M-them. I
2.1.4.	(3.1 2.2 1.2)	×	($\underline{2.1\ 2.2}$ 1.3)	O-them. M
2.1.5.	(3.1 2.2 1.3)	×	($\underline{3.1}$ $\underline{2.2}$ $\underline{1.3}$)	triad. Real.
2.1.6.	(3.1 2.3 1.3)	×	($\underline{3.1\ 3.2}$ 1.3)	I-them. M
2.1.7.	(3.2 2.2 1.2)	×	(2.1 $\underline{2.2\ 2.3}$)	O-them. O
2.1.8.	(3.2 2.2 1.3)	×	(3.1 $\underline{2.2\ 2.3}$)	O-them. I
2.1.9.	(3.2 2.3 1.3)	×	($\underline{3.1\ 3.2}$ 2.3)	I-them. O
2.1.10.	(3.3 2.3 1.3)	×	(3.1 $\underline{3.2\ 3.3}$)	I-them. I

2.2. OR2 = (((O → M), (I → O)), (M))

Zkl2 = (2.b 3.a 1.c) × (c.1 a.3 b.2) = Rth2

2.2.1.	(2.1 3.1 1.1)	×	(1.1 $\underline{1.3\ 1.}$2)	M-them. M
2.2.2.	(2.1 3.1 1.2)	×	(2.1 $\underline{1.3\ 1.2}$)	M-them O
2.2.3.	(2.1 3.1 1.3)	×	(3.1 $\underline{1.3\ 1.2}$)	M-them. I
2.2.4.	(2.1 3.2 1.2)	×	($\underline{2.1\ 2.3}$ 1.2)	O-them. M
2.2.5.	(2.1 3.2 1.3)	×	($\underline{3.1}$ $\underline{2.3}$ $\underline{1.2}$)	triad. Real.
2.2.6.	(2.1 3.3 1.3)	×	($\underline{3.1\ 3.3}$ 1.2)	I-them. M
2.2.7.	(2.2 3.2 1.2)	×	(2.1 $\underline{2.3\ 2.2}$)	O-them. O
2.2.8.	(2.2 3.2 1.3)	×	(3.1 $\underline{2.3\ 2.2}$)	O-them. I
2.2.9.	(2.2 3.3 1.3)	×	($\underline{3.1\ 3.3}$ 2.2)	I-them. O
2.2.10.	(2.3 2.3 1.3)	×	(3.1 $\underline{3.2\ 3.2}$)	I-them. I

2.3. OR3 = (((O → M), (M)), (I → O))

Zkl3 = (2.b 1.c 3.a) × (a.3 c.1 b.2) = Rth3

2.3.1.	(2.1 1.1 3.1)	×	(1.3 $\underline{1.1\ 1.2}$)	M-them. M
2.3.2.	(2.1 1.1 3.2)	×	(2.3 $\underline{1.1\ 1.2}$)	M-them. O
2.3.3.	(2.1 1.1 3.3)	×	(3.3 $\underline{1.1\ 1.2}$)	M-them. I
2.3.4.	(2.1 1.2 3.2)	×	($\underline{2.3\ 2.1}$ 1.2)	O-them. M
2.3.5.	(2.1 1.2 3.3)	×	($\underline{3.3}$ $\underline{2.1}$ $\underline{1.2}$)	triad. Real.
2.3.6.	(2.1 1.3 3.3)	×	($\underline{3.3\ 3.1}$ 1.2)	I-them. M
2.3.7.	(2.2 1.2 3.2)	×	(2.3 $\underline{2.1\ 2.2}$)	O-them. O
2.3.8.	(2.2 1.2 3.3)	×	(3.3 $\underline{2.1\ 2.2}$)	O-them. I
2.3.9.	(2.2 1.3 3.3)	×	($\underline{3.3\ 3.1}$ 2.2)	I-them. O
2.3.10.	(2.3 1.3 3.3)	×	(3.3 $\underline{3.1\ 3.2}$)	I-them. I

2.4. OR4 = (((M), (O → M)), (I → O))

Zkl4 = (1.c 2.b 3.a) × (a.3 b.2 c.1) = Rth4

2.4.1.	(1.1 2.1 3.1)	×	(1.3 $\underline{1.2\ 1.1}$)	M-them. M
2.4.2.	(1.1 2.1 3.2)	×	(2.3 $\underline{1.2\ 1.1}$)	M-them. O
2.4.3.	(1.1 2.1 3.3)	×	(3.3 $\underline{1.2\ 1.1}$)	M-them. I
2.4.4.	(1.1 2.2 3.2)	×	($\underline{2.3\ 2.2}$ 1.1)	O-them. M
2.4.5.	(1.1 2.2 3.3)	×	($\underline{3.3}$ $\underline{2.2}$ $\underline{1.1}$)	triad. Real.
2.4.6.	(1.1 2.3 3.3)	×	($\underline{3.3\ 3.2}$ 1.1)	I-them. M
2.4.7.	(1.2 2.2 3.2)	×	(2.3 $\underline{2.2\ 2.1}$)	O-them. O
2.4.8.	(1.2 2.2 3.3)	×	(3.3 $\underline{2.2\ 2.1}$)	O-them. I
2.4.9.	(1.2 2.3 3.3)	×	($\underline{3.3\ 3.2}$ 2.1)	I-them. O
2.4.10.	(1.3 2.3 3.3)	×	(3.3 $\underline{3.2\ 3.1}$)	I-them. I

2.5. OR5 = (((I → O), (M)), (O → M))

Zkl5 = (3.a 1.c 2.b) × (b.2 c.1 a.3) = Rth5

2.5.1.	(3.1 1.1 2.1)	×	(1.2 $\underline{1.1\ 1.3}$)	M-them. M
2.5.2.	(3.1 1.1 2.2)	×	(2.2 $\underline{1.1\ 1.3}$)	M-them. O
2.5.3.	(3.1 1.1 2.3)	×	(3.2 $\underline{1.1\ 1.}$3)	M-them. I
2.5.4.	(3.1 1.2 2.2)	×	($\underline{2.2\ 2.1}$ 1.3)	O-them. M
2.5.5.	(3.1 1.2 2.3)	×	($\underline{3.2}$ $\underline{2.1}$ $\underline{1.3}$)	triad. Real.
2.5.6.	(3.1 1.3 2.3)	×	($\underline{3.2\ 3.1}$ 1.3)	I-them. M
2.5.7.	(3.2 1.2 2.2)	×	(2.2 $\underline{2.1\ 2.3}$)	O-them. O
2.5.8.	(3.2 1.2 2.3)	×	(3.2 $\underline{2.1\ 2.3}$)	O-them. I
2.5.9.	(3.2 1.3 2.3)	×	($\underline{3.2\ 3.1}$ 2.3)	I-them. O
2.5.10.	(3.3 1.3 2.3)	×	(3.2 $\underline{3.1\ 3.3}$)	I-them. I

2.6. OR6 = (((M), (I → O)), (O → M))

Zkl6 = (1.c 3.a 2.b)

2.6.1.	(1.1 3.1 2.1)	×	(1.2 $\underline{1.3\ 1.1}$)	M-them. M
2.6.2.	(1.1 3.1 2.2)	×	(2.2 $\underline{1.3\ 1.1}$)	M-them. O
2.6.3.	(1.1 3.1 2.3)	×	(3.2 $\underline{1.3\ 1.1}$)	M-them. I
2.6.4.	(1.1 3.2 2.2)	×	($\underline{2.2\ 2.3}$ 1.1)	O-them. M
2.6.5.	(1.1 3.2 2.3)	×	($\underline{3.2}$ $\underline{2.3}$ $\underline{1.1}$)	triad. Real.
2.6.6.	(1.1 3.3 2.3)	×	($\underline{3.2\ 3.3}$ 1.1)	I-them. M
2.6.7.	(1.2 3.2 2.2)	×	(2.2 $\underline{2.3\ 2.1}$)	O-them. O
2.6.8.	(1.2 3.2 2.3)	×	(3.2 $\underline{2.3\ 2.1}$)	O-them. I
2.6.9.	(1.2 3.3 2.3)	×	($\underline{3.2\ 3.3}$ 2.1)	I-them. O
2.6.10.	(1.3 3.3 2.3)	×	(3.2 $\underline{3.3\ 3.1}$)	I-them. I

Man bemerkt, dass man erst jetzt alle theoretischen Möglichkeiten der Definition einer triadischen Relation als „Verschachtelung“ über einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation ausgenutzt hat. Am besten sieht man dies eben an den strukturellen Realitäten. Findet sich z.B. im Peirceschen Zehnersystem (2.1.) unter dem M-them. O einzig

$(2.1\ \underline{1.2\ 1.3})$ (2.1.2)

so haben wir jetzt dank der übrigen 5 Systeme zusaätzlich

$(2.1\ \underline{1.3\ 1.2})$ (2.2.2.)

$(2.3\ \underline{1.1\ 1.2})$ (2.3.2.)

$(2.3\ \underline{1.2\ 1.1})$ (2.4.2.)

$(2.2\ \underline{1.1\ 1.3})$ (2.5.2.)

$(2.2\ \underline{1.3\ 1.1})$ (2.6.2.),

d.h. die in Zkl1 fehlenden Thematisate des vollständigen Objektbezuges. Bemerkenswerterweise geht diese Vervollständigung der thematisierten Subzeichen einher mit einer Vervollständigung der trichotomischen Stellenwerte der thematisierenden Subzeichen, denn wir haben ja

$(2.\underline{1}) \leftarrow (1.\underline{2}\ 1.\underline{3})/(1.\underline{3}\ 1.\underline{2})$

$(2.\underline{2}) \leftarrow (1.\underline{1}\ 1.\underline{3})/(1.\underline{3}\ 1.\underline{1})$

$(2.\underline{3}) \leftarrow (1.\underline{1}\ 1.\underline{2})/(1.\underline{2}\ 1.\underline{1})$.

3. Jedem Leser jedoch, der mein Kapitel (Toth 2008, S. 214 ff.) studiert hat, wird bemerken, dass selbst hiermit noch nicht alle möglichen struktruellen Realitäten ausgeschöpft sind. Es fehlen nämlich

von den Strukturen $(2.1\ \underline{1.2\ 1.3})$ und $(2.1\ \underline{1.3\ 1.2})$:

$(\underline{1.2}\ 2.1\ \underline{1.3})$, $(\underline{1.3}\ 2.1\ \underline{1.2})$.

von den Strukturen $(2.3\ \underline{1.1\ 1.2})$ und $(2.3\ \underline{1.2\ 1.1})$:

$(\underline{1.1}\ 2.3\ \underline{1.2})$, $(\underline{1.2}\ 2.3\ \underline{1.1})$

von der Stukturen $(2.2\ \underline{1.1\ 1.3})$ und $(2.2\ \underline{1.3\ 1.1})$:

$(\underline{1.1}\ 2.2\ \underline{1.3})$, $(\underline{1.3}\ 2.2\ \underline{1.1})$, d.h. es fehlen die von mir so genannten „Sandwich-Thematisationen“ (Toth 2008, S. 216). Diese entstehen, wenn die Inklusionsordnung der obigen 6 Ordnungsschemata aufgehoben werden. Wir waren ja bis jetzt immer davon ausgegangen, dass der trichotomische Werte des (n+1)-ten Subzeichens von links mindestens denselben Wert haben muss wie das n-te, d.h. für

OR1: (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$,

d.h. unsere OR1-6 sind gekennzeichnet durch die Inklusionsschemata

1. $(a \leq b \leq c)$

2. $(b \leq a \leq c)$

3. $(b \leq c \leq a)$

4. $(c \leq b \leq a)$

5. $(a \leq c \leq b)$

6. $(c \leq a \leq b)$

Hebt man diese Restriktionen jedoch auf, erhält man zu jeder Thematisation zwei dem Sandwich

($\underline{1.1}$ 2.2 $\underline{1.3}$), ($\underline{1.3}$ 2.2 $\underline{1.1}$),

entsprechende zusätzliche Themaitsationen, nämlich mit Rechts- und Links-Vertauschung der „gesperrten“ thematisierenden Subzeichen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Permutationen und relationale Klammerung. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Kontexturenklassen

1. Die Abbildung der Kontexturenzahlen auf die Subzeichen von Zeichenklassen (bzw. ursprünglich auf die Primzeichen der Peirceschen Zeichenrelation) ist eineindeutig (vgl. Kaehr 2008). Deshalb könnte man an sich Klassen bilden, die nur auf Kontexturenzahlen bestehen, sog. „Kontexturenklassen". Wir tun dies hier unter der folgenden Überlegung: Kaehr (2008) hat zu recht darauf hingewiesen, dass die von Peirce in seine Zeichenrelation eingebaut „stop-in function", die beim Wert R = 3 halt macht, sich weder mathematisch noch logisch rechtfertigen lässt. Anderseits möchte ich hier aber ergänzen, dass nicht nur die Triaden bei R = 3 stoppen, sondern auch die Trichotomien, d.h. stop-in functions gibt es bei Peirce sowohl in den Haupt- wie in den Stellenwerten. Bei den Stellenwerten allerdings sind diese Funktionen direkt an den Ordnungstypus gebunden, insofern für Peircesche Zeichenklassen die Beschränkung

Zkl = (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$

gilt, d.h. also, jegliche Kombination mit > ist verboten. Damit wird die potentielle Menge von 27 Zeichenklassen auf nur 10 reduziert.

2. Eine solche trichotomische stop-in function setzt jedoch voraus, dass das Nachfolgerpinzip der trichotomischen Peirce-Zahlen aus den Zeichenklassen ersichtlich ist, denn sonst könnte der Algorithmus nicht halten. Nehmen wir dagegen statt Subzeichen Kontexturenzahlen, können wir dieses Problem umgehen.

1.	<3-1-1/3>

2.	<3-1-1>

3.	<3-1-3>

*4.	<3-1/2-1/3>

5.	<3-1/2-1>

6.	<3-1/2-3>

*7.	<3-2-1/3>

*8.	<3-2-1>

9.	<3-2-3>

----

10. <2-1-1/3>
11. <2-1-1>
12. <2-1-3>

*13. <2-1/2-1/3>
14. <2-1/2-1>
15. <2-1/2-3>

*16. <2-2-1/3>
*17. <2-2-1>
18. <2-2-3>

----

19. <2/3-1-1/3>
20. <2/3-1-1>
21. <2/3-1-3>

*22. <2/3-1/2-1/3>
23. <2/3-1/2-1>
24. <2/3-1/2-3>

*25. <2/3-2-1/3>
*26. <2/3-2-1>
27. <2/3-2-3>

Es ist also nicht nur so, dass an den Kategorienzahlen keine aus der Inklusionsordnung der Trichotomien abgezogene Haltefunktion ausgemacht werden kann, sondern dass im Gegeneteil – wie die von uns gewählte Anordnung der Zeichenklassen in Dreierblöcken zeigt, das ganze 27-teilige System ohne die 17 mit Asterisk gekennezeichneten „irregulären" Zeichensysteme, die aus dem Peirceschen 10er-System ausgeschlossen sind, strukturell unvollständig sind, d.h. nur ein Repräsentationsfragment darstellen.

Bibliographie

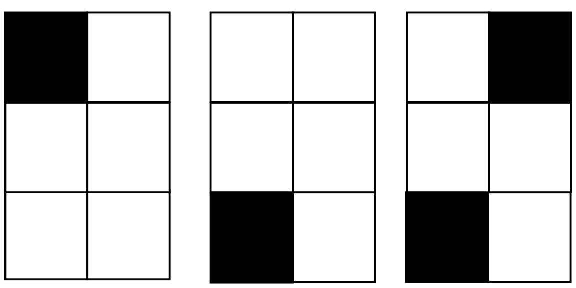
Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Die Strukturschemata der Kontexturenklassen

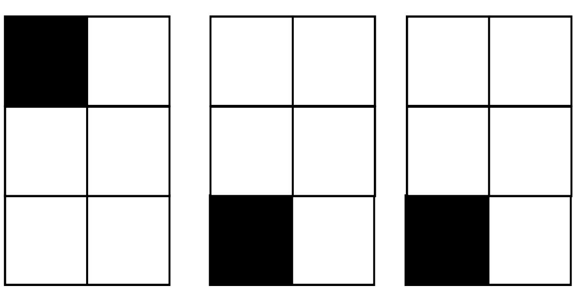
1. In Toth (2009) hatten wir die 10 Peirceschen Zeichenklassen mit Hilfe von Kontexturenzahlen allein dargestellt. Da deren Abbildung auf die Subzeichen der Zeichenklassen eineindeutig ist, kann man das machen. Der grosse Vorteil dieser Kontexturenklassen besteht darin, dass sie im Gegensatzu zu den Zeichenklassen keine trichotomischen Ordnungen haben, die als Haltefunktionen ge- bzw. missbraucht werden können, wie das bei der willkürlichen Peirceschen Ordnung (3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ c der Fall ist, wo also durch Wegfall der trichotomischen Stellenwerte der Ordnung > 17 von 27 möglichen Zeichenklassen einfach als „irregulär" abgetan werden. Ferner sieht man anhand der Kontexturenklassen, dass das Peircesche System ohne die „irregulären" Zeichenklassen strukturell unvollständig ist. In Toth (2009) wurde das rein numerisch aufgezeigt; in diesem Nachtrag wollen wir zur Illustration ein schon früher eingeführtes Strukturschema benutzen.

2. Die Kontexturenklassen und ihre Strukturschemata

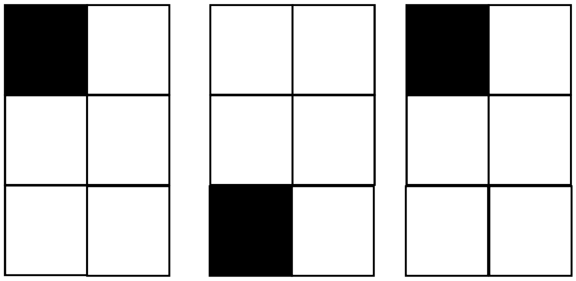
1. <3-1-1/3>



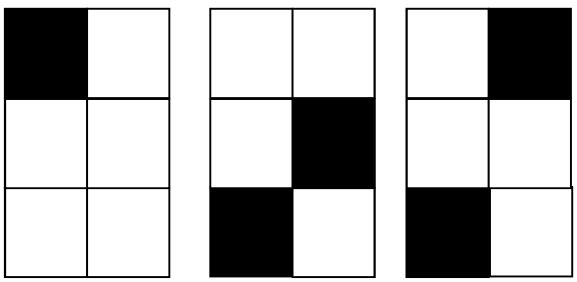
2. <3-1-1>



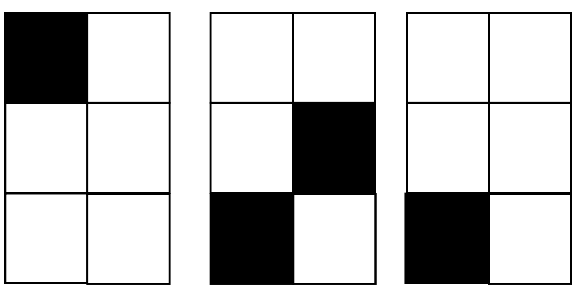
3. <3-1-3>



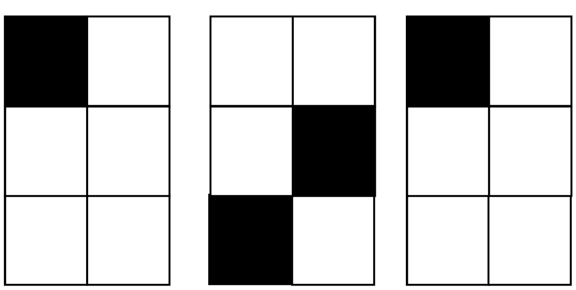
*4. <3-1/2-1/3>



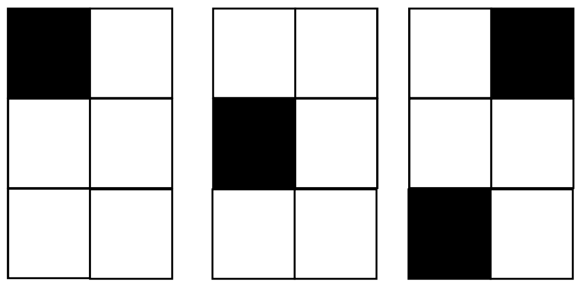
5. <3-1/2-1>



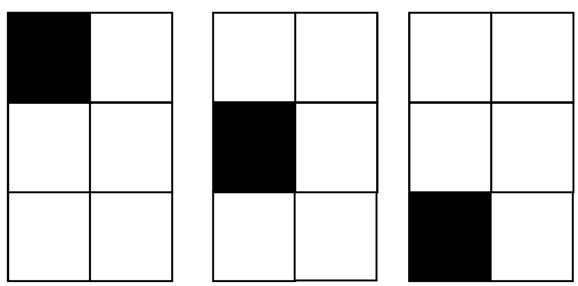
6. <3-1/2-3>



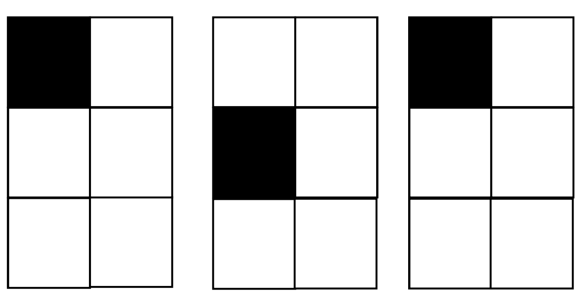
*7. <3-2-1/3>



*8. <3-2-1>

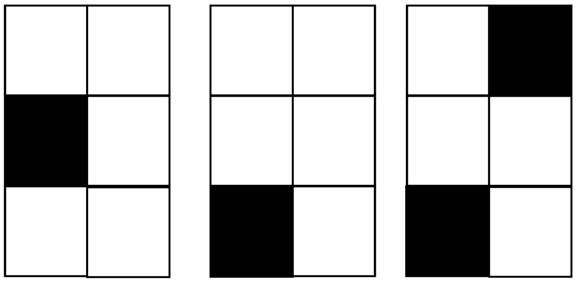


9. <3-2-3>

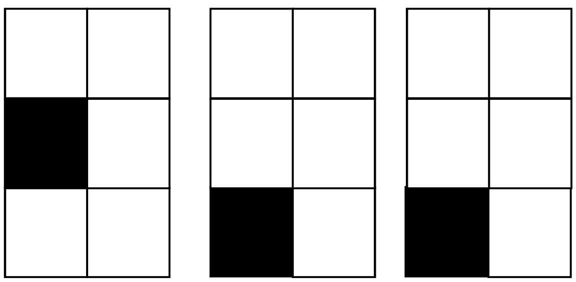


---

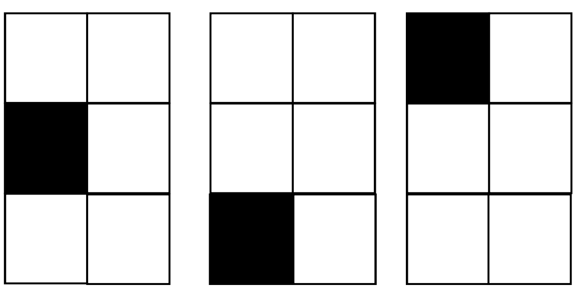
10. <2-1-1/3>



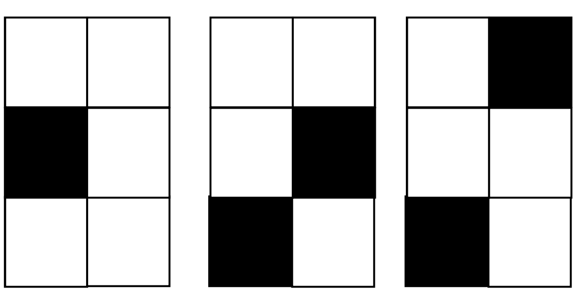
11. <2-1-1>



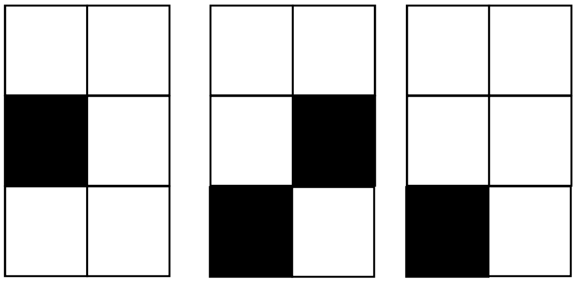
12. <2-1-3>



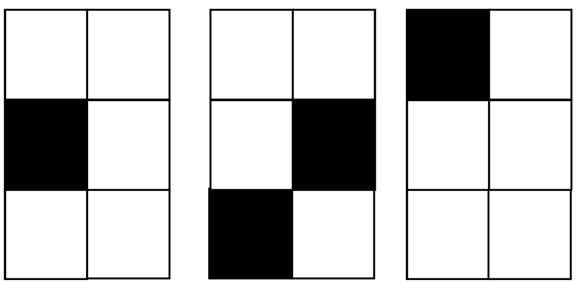
*13. <2-1/2-1/3>



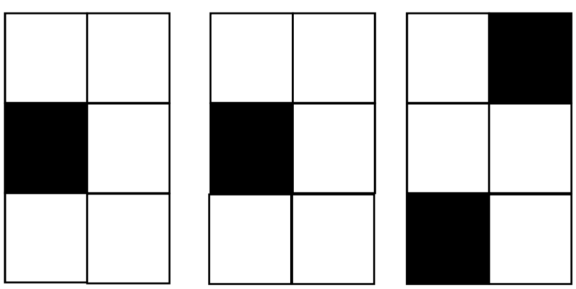
14. <2-1/2-1>



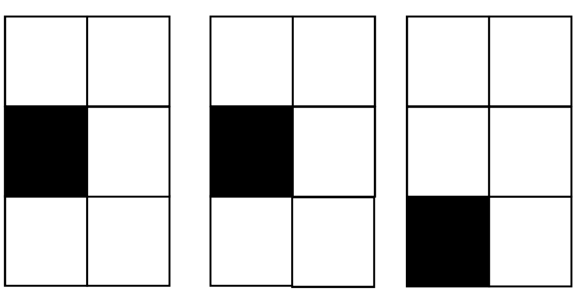
15. <2-1/2-3>



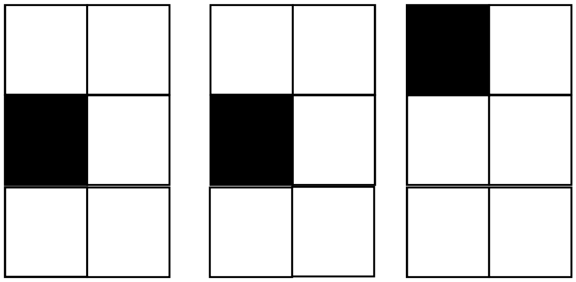
*16. <2-2-1/3>



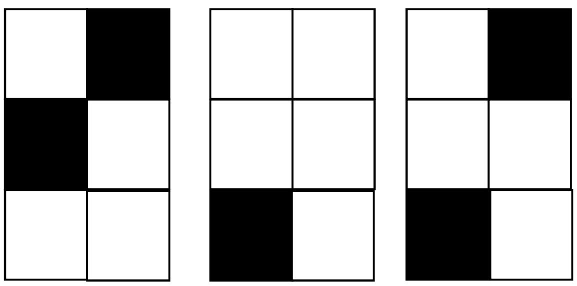
*17. <2-2-1>



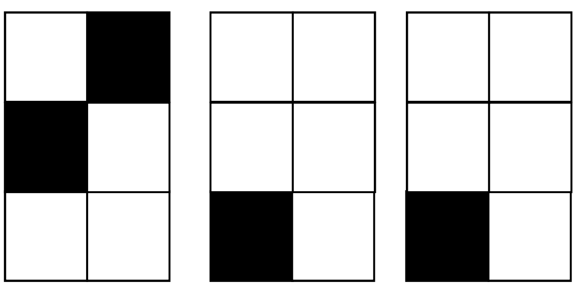
18. <2-2-3>



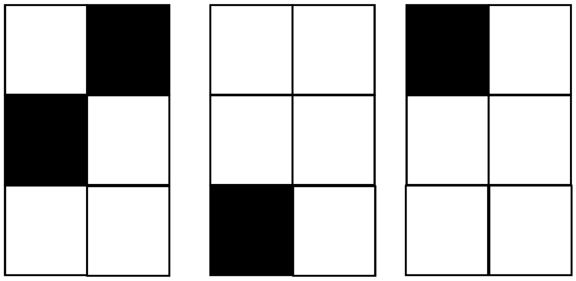
19. <2/3-1-1/3>



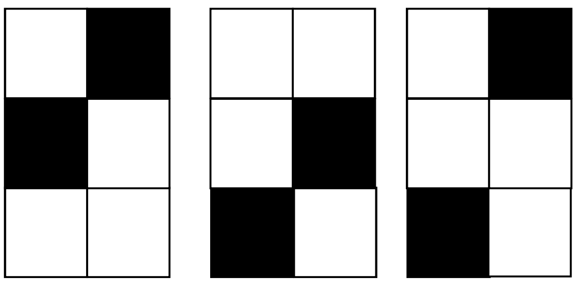
20. <2/3-1-1>



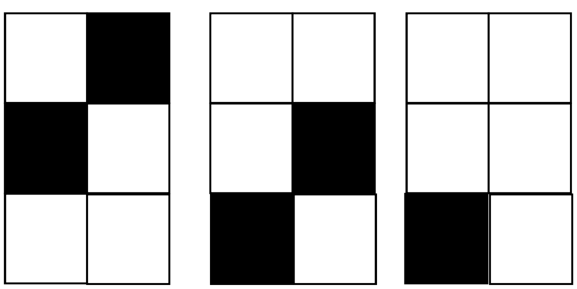
21. <2/3-1-3>



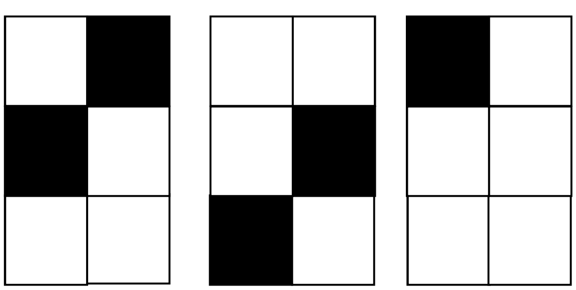
*22. <2/3-1/2-1/3>



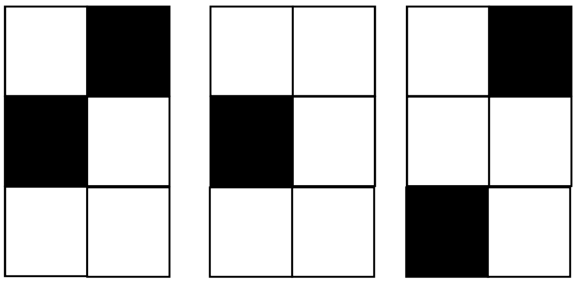
23. <2/3-1/2-1>



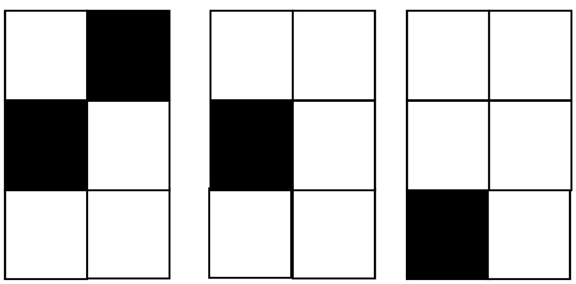
24. <2/3-1/2-3>



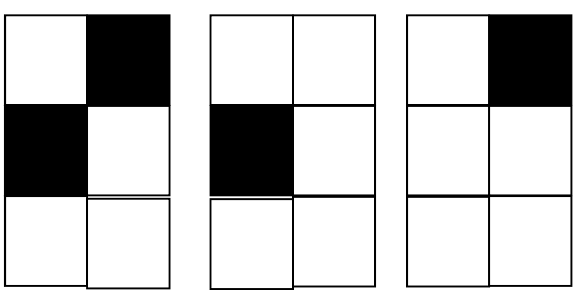
*25. <2/3-2-1/3>



*26. <2/3-2-1>



27. <2/3-2-3>

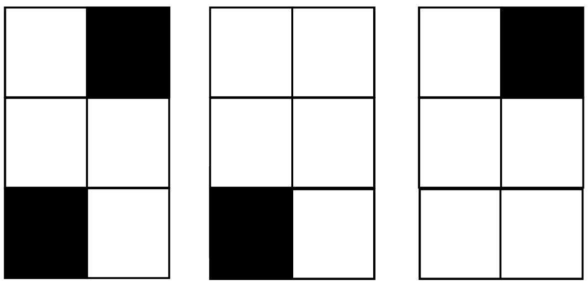


3. Wie bereits angedeutet, lässt sich Strukturdefizienz bedingt durch die den Trichotomien aufoktroyierte Inklusionsordnung am besten anhand von Kontexturklassen zeigen. Wo bei den entsprechenden Trichotomischen Triaden nur 1 Zeichenklasse im Peirceschen System auftaucht, z.B. bei

1. *(3.1 2.3 1.1): ausgeschlossen wegen TtW(2.3) > TtW (1.1)
2. *(3.1 2.3 1.2): ausgeschlossen wegen TtW(2.3) > TtW (1.2) Trich.Triade
3. (3.1 2.3 1.3): akzeptiert wegen TtW(2.3) ≤ TtW(1.3),

dort kann man anhand der korrespondierenden Strukturschemata schön aufzeigen, dass der trichotomische Strukturwert 3 durch die beiden Strukturwerte 1/3 und 1 (mit $(1/3 \otimes 1 = 3$, da wie bei Körpermultiplikationen $1 \cdot 1 = 0$ gilt) quasi angekündigt oder „vorbereitet" wird:

*7. <3-2-**1/3**> *8. <3-2-**1**> 9. <3-2-**3**>



Bibliographie

Toth, Alfred, Kontexturenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Eine kontexturale Betrachtung der trichotomischen Peirce-Zahlen

1. Wie bekannt (vgl. z.B. Toth 2009), gibt es zwei Sorten von Peirce-Zahlen, die sich durch ihre Ordnung unterscheiden: die triadischen Peirce-Zahlen

$TdP = (A < B < C) \equiv (A \subset B \subset C)$, mit A, B, C $\in$ {1., 2., 3.}

und die trichotomischen Peirce-Zahlen

$TtP = (a \leq b \leq c) \equiv (a \subseteq b \subseteq c)$, mit a, b, c $\in$ {.1, .2, .3}.

Da gilt

$TdP \subset TtP$,

ist es möglich, die 10 Peirceschen Zeichenklassen sowie die 17 irregulären „Zeichenklassen" – und damit sämtliche $3^3 = 27$ Zeichenrelationen einfach in Form der TtP darzustellen. Nimmt man sämtliche 27 Zeichenrelationen, gibt es einfach 3 x 3 strukturell gebaute Blöcke Trichotomischer Triaden (deren Zusammenfall allein bei der Beschränkung auf die 10 Peirceschen Zeichenklassen die strukturelle Fragmentarizität der letzteren erweist).

2. Die 27 triadische Zeichenklassen, notiert mit trichotomischen Peirce-Zahlen

1 1 1	2 1 1	3 1 1
1 1 2	2 1 2	3 1 2
1 1 3	2 1 3	3 1 3
1 2 1	2 2 1	3 2 1
1 2 2	2 2 2	3 2 2
1 2 3	2 2 3	3 2 3
1 3 1	2 3 1	3 3 1
1 3 2	2 3 2	3 3 2
1 3 3	2 3 3	3 3 3

Betrachtet man nun die Kontexturen, in welche die 9 ttP aufscheinen können, und zwar anhand der „Kontexturenmatrix“

1,3	1	3
1	1,2	2
3	2	2,3
↓	↓	↓
„1“	„2“	„3“,

dann sieht man, die Verteilung von ttP und Kontexturen wie folgt ist:

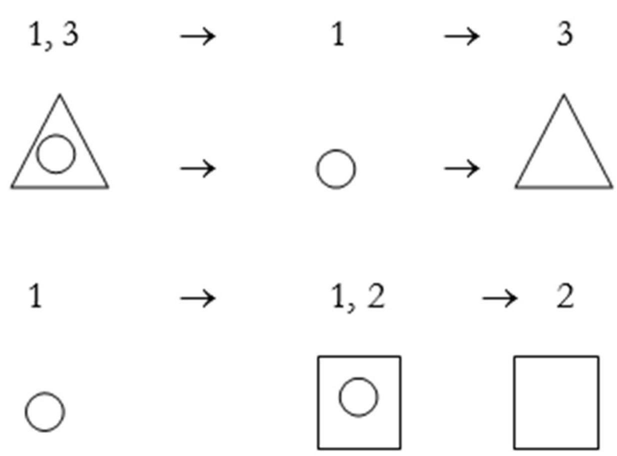
ttP = 1, K = 1, 3 / 1 / 3

ttP = 2, K = 1 / 1, 2 / 2

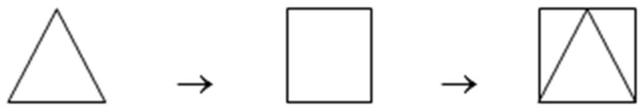
ttP = 3, K = 3 / 2 / 2, 3,

d.h. jede ttP kann in 3 Positionen (nämlich den Triaden) aufscheinen, wobei sich eine interessante „Entfaltung“ der Zahlen zeigt, die völlig untypisch ist für das rein „emanative“ Schema der Peano-Nachfolge.

Sei ○ = 1, △ = 2, □ = 3, dann bekommen wir



$3 \rightarrow 2 \rightarrow 2, 3$



denn das Peano-Zahlen-Schema, nach dem die tdP aufgebaut sind, ist ja

$1 \rightarrow 2 \rightarrow 3$

Bibliographie

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Zeichenklassen, Kontexturen, „Zeichengebilde“

1. Geht man von der kontexturierten Primzeichen-Relation (Kaehr 2008)

PZR* = $(.1.)_{1,3}$, $(.2.)_{1,2}$, $(.3.)_{2,3}$

aus, dann kann man eine quadratische semiotische Matrix derart konstruieren, dass PZR* gleichzeitig zur Hauptdiagonalen wird

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

Wie bekannt, werden in der nicht-kontexturierten Peirceschen Semiotik aus den Subzeichen dadurch Zeichenklassen konstruiert, dass folgende zwei Regeln befolgt werden:

1. Die Ordnung der Triaden ist (3.a), (2.b), (1.c).

2. Für die Ordnung der Trichotomien gilt $a \leq b \leq c$.

2. Statt von diesen künstlich festgesetzten Regeln auszugehen, wollen wir uns hier einmal fragen, welche Zeichenklassen sich allein durch die den Subzeichen inhärenten Kontexturenzahlen ergeben würden. Dazu bilden wir Paarrelationen aller Dyaden ausser den identischen:

$(1.1_{1,3}, 1.2_{1}) = 1$

$(1.1_{1,3}, 1.3_{3}) = 1$ $(1.2_{1}, 1.3_{3}) = \varnothing$

$(1.1_{1,3}, 2.1_{1}) = 1$ $(1.2_{1}, 2.1_{1}) = 1$ $(1.3_{3}, 2.1_{1}) = \varnothing$

$(1.1_{1,3}, 2.2_{1,2}) = 1$ $(1.2_{1}, 2.2_{1,2}) = 1$ $(1.3_{3}, 2.2_{1,2}) = \varnothing$

$(1.1_{1,3}, 2.3_{2}) = \varnothing$ $(1.2_{1}, 2.3_{2}) = \varnothing$ $(1.3_{3}, 2.3_{2}) = \varnothing$

$(1.1_{1,3}, 3.1_{3}) = 1$ $(1.2_{1}, 3.1_{3}) = \varnothing$ $(1.3_{3}, 3.1_{3}) = 1$

$(1.1_{1,3}, 3.2_{2}) = \varnothing$ $(1.2_{1}, 3.2_{2}) = \varnothing$ $(1.3_{3}, 3.2_{2}) = \varnothing$

$(1.1_{1,3}, 3.3_{2,3}) = 1$ $(1.2_{1}, 3.3_{2,3}) = \varnothing$ $(1.3_{3}, 3.3_{2,3}) = 1$

$(2.1_{1}, 2.2_{1,2}) = 1$

$(2.1_{1}, 2.3_{2}) = \varnothing$ $(2.2_{1,2}, 2.3_{2}) = 1$

$(2.1_1, 3.1_3) = \varnothing$ $(2.2_{1,2}, 3.1_3) = \varnothing$ $(2.3_2, 3.1_3) = \varnothing$

$(2.1_1, 3.2_2) = \varnothing$ $(2.2_{1,2}, 3.2_2) = 1$ $(2.3_2, 3.2_2) = 1$

$(2.1_1, 3.3_{2,3}) = \varnothing$ $(2.2_{1,2}, 3.3_{2,3}) = 1$ $(2.3_2, 3.3_{2,3}) = 1$

$(3.1_3, 3.2_2) = \varnothing$

$(3.1_3, 3.3_{2,3}) = 1$ $(3.2_2, 3.3_{2,3}) = 1$

~~(3.1 2.1 1.1)~~ ~~(3.1 2.2 1.1)~~ ~~(3.1 2.3 1.1)~~

~~(3.1 2.1 1.2)~~ ~~(3.1 2.2 1.2)~~ ~~(3.1 2.3 1.2)~~

~~(3.1 2.1 1.3)~~ ~~(3.1 2.2 1.3)~~ ~~(3.1 2.3 1.3)~~

~~(3.2 2.1 1.1)~~ ~~(3.2 2.2 1.1)~~ ~~(3.2 2.3 1.1)~~

~~(3.2 2.1 1.2)~~ ~~(3.2 2.2 1.2)~~ ~~(3.2 2.3 1.2)~~

~~(3.2 2.1 1.3)~~ ~~(3.2 2.2 1.3)~~ ~~(3.2 2.3 1.3)~~

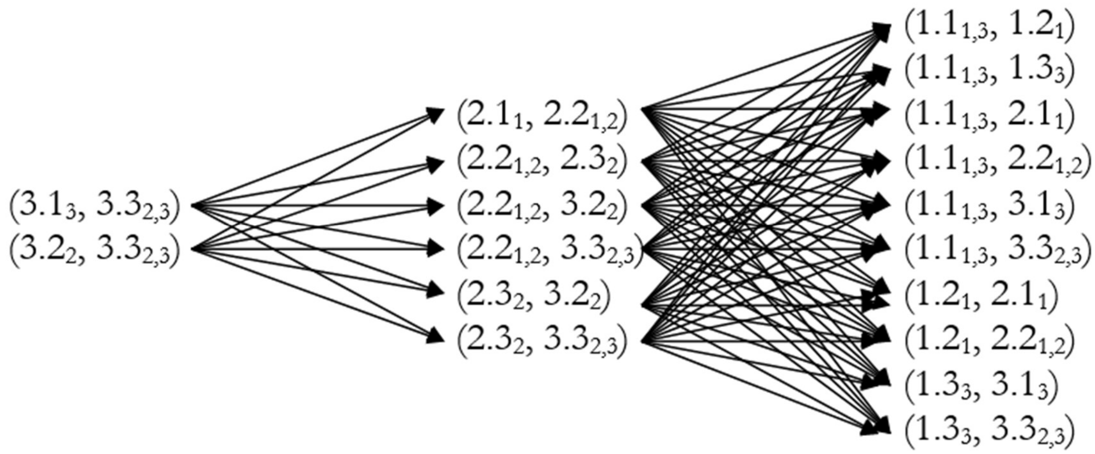
~~(3.3 2.1 1.1)~~ (3.3 2.2 1.1) ~~(3.3 2.3 1.1)~~

~~(3.3 2.1 1.2)~~ (3.3 2.2 1.2) ~~(3.3 2.3 1.2)~~

~~(3.3 2.1 1.3)~~ ~~(3.3 2.2 1.3)~~ ~~(3.3 2.3 1.3)~~

Das merkwürdige Ergebnis ist also: Bloss zwei der 27 möglichen Zeichenrelationen (zwei „irreguläre“ Zeichenklassen nach Peirce) lassen sich auf Grund von aus je zwei Paaren von Dyaden zusammengesetzten Zeichenklassen (vgl. Walther 1979, S. 79) konstruieren.

Man darf oder muss sich hier daher sogleich fragen: Ist die „Zeichenklasse“ wirklich das „ideale“ Gebilde, wenn man von Kontexturen anstatt von Subzeichen ausgeht? Sollte man nicht besser andere Formen von „Zeichengebilden“ konstruieren? Wenn dies tut, dann fallen allerdings die obigen beiden Regeln zur Konstruktion von Peirceschen Zeichenklassen weg, in Sonderheit die Regel, das besagt, dass eine Zeichenklasse eine triadische Relation aus PAARWEISE VERSCHIEDENEN Kategorien zu sein habe. Wenn wir dies einmal missachten, dann kann man aus dem obigen „Sieb“ zunächst die ∅-Verbindungen herausnehmen und anschliessend im Prinzip alle verbleibenden Dyaden-Paare je 2 zu solchen triadischen Relationen verbinden, deren Kategorien nicht mehr paarweise verschieden sind. Um dies zu zeigen, gliedern wir die Dyaden-Paare nach ihren ersten Komponenten in Erstheit, Zweitheit und Drittheit (von rechts nach links):



Aus diesen Abbildungen zwischen den drei Gruppen von Dyaden ergeben sich also nur dann triadische Relationen, wenn man die Abbildungen so richten kann, dass die Struktur

$(A \rightarrow B) \circ (B \rightarrow C)$

aufscheint, sonst haben wir also tetradische Relationen der Form

$(A \rightarrow B) \circ (C \rightarrow D)$,

d.h. während in beiden Fällen die Regel der paarweisen Verschiedenheit der Kategorien aufgehoben ist, ist im zweiten Fall sogar diejenige der triadischen Grundstruktur eines "Zeichengebildes" aufgehoben.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die Struktur von „Zeichengebilden“

1. Geht man, wie in Toth (2009), von der von Kaehr (2008) eingeführten semiotischen Matrix kontexturierter Subzeichen aus

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

dann hat man prinzipiell zwei Möglichkeiten der Bildung von Zeichenklassen, oder, wie wir allgemeiner sagen wollen: von Zeichengebilden. Die erste ist die traditionelle, auf Peirce zurückgehende Möglichkeit, welche folgenden beiden Regeln folgt:

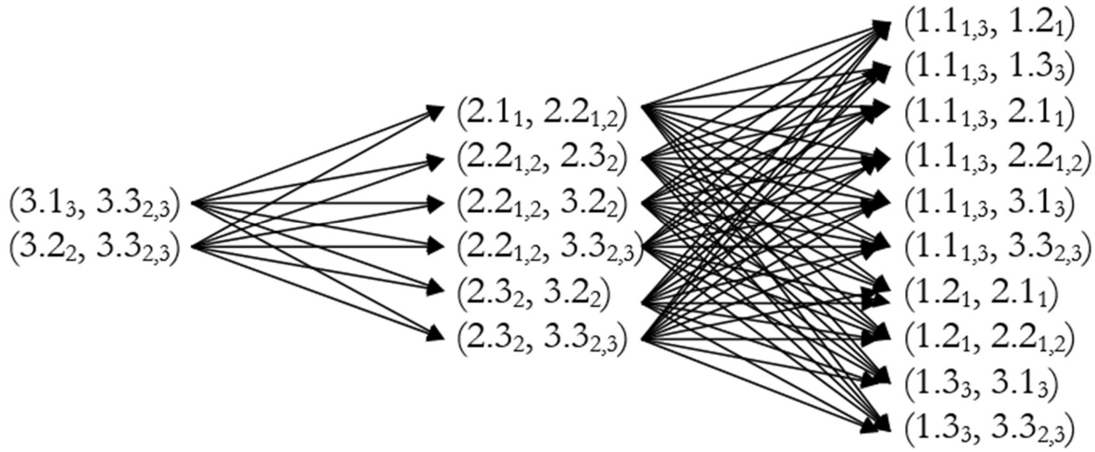
1. Die Ordnung der Triaden ist (3.a), (2.b), (1.c), wobei sie paarweise verschieden sein müssen.

2. Für die Ordnung der Trichotomien gilt $a \leq b \leq c$.

Durch 1. werden statt 81 nur 27 mögliche Zeichengebilde erzeugt, die durch 2. auf nur 10 verringert werden.

Die zweite, bereits in Toth (2009) angedeutete Möglichkeit geht dagegen von den Kontexturen aus und sucht Zeichengebilde durch Subzeichen zu bilden, von denen je ein Paar in derselben Kontextur liegen muss. In beiden Möglichkeiten wird vorausgesetzt, dass triadische Relationen durch Konkatenationen aus Paaren von dyadischen Relationen erzeugt werden können (vgl. Walther 1979, S. 79).

2. In Toth (2009) wurde nun das folgende Schema zur Diskussion vorlegt. In ihm sind nur solche Dyadenpaare aus den total (9 mal 10) : 2 = 45 möglichen Dyadenkombinationen aufgenommen, die mindestens eine Kontextur gemein haben (d.h. sie müssen in der gleichen Kontextur liegen, können darüber hinaus jedoch zusätzlich in einer oder mehreren anderen Kontexturen liegen):



Wie man leicht erkennen kann, ist das Resultat, wenn man die drei Dyaden-Paare konkateniert, immer entweder eine tetradische oder eine triadische Relation.

Tetradische Zeichengebilde Triadische Zeichengebilde

Tetradische Zeichengebilde Triadische Zeichengebilde

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.1_{1,3}, 1.2_1)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.1_{1,3}, 1.3_3)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.1_{1,3}, 2.1_1) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.1_{1,3})$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.1_{1,3}, 2.2_{1,2}) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.1_{1,3})$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.1_{1,3}, 3.1_3) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.1_{1,3})$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.1_{1,3}, 3.3_{2,3}) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.1_{1,3})$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.2_1, 2.1_1) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.2_1)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.2_1, 2.2_{1,2}) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.2_1)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.3_3, 3.1_3) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.3_3)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.3_3, 3.3_{2,3}) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.1_1, 2.2_{1,2})\ (1.3_3)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 2.3_2)\ (1.1_{1,3}, 1.2_1)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 2.3_2)\ (1.1_{1,3}, 1.3_3)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 2.3_2)\ (1.1_{1,3}, 2.1_1)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 2.3_2)\ (1.1_{1,3}, 2.2_{1,2}) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 2.3_2)\ (1.1_{1,3})$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 2.3_2)\ (1.1_{1,3}, 3.1_3) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 2.3_2)\ (1.1_{1,3})$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 2.3_2)\ (1.1_{1,3}, 3.3_{2,3}) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 2.3_2)\ (1.1_{1,3})$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 2.3_2)\ (1.2_1, 2.1_1)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 2.3_2)\ (1.2_1, 2.2_{1,2}) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 2.3_2)\ (1.2_1)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 2.3_2)\ (1.3_3, 3.1_3) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 2.3_2)\ (1.3_3)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 2.3_2)\ (1.3_3, 3.3_{2,3}) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 2.3_2)\ (1.3_3)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.2_2)\ (1.1_{1,3}, 1.2_1)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.2_2)\ (1.1_{1,3}, 1.3_3)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.2_2)\ (1.1_{1,3}, 2.1_1)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.2_2)\ (1.1_{1,3}, 2.2_{1,2}) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.2_2)\ (1.1_{1,3})$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.2_2)\ (1.1_{1,3}, 3.1_3) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.2_2)\ (1.1_{1,3})$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.2_2)\ (1.1_{1,3}, 3.3_{2,3}) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.2_2)\ (1.1_{1,3})$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.2_2)\ (1.2_1, 2.1_1)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.2_2)\ (1.2_1, 2.2_{1,2}) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.2_2)\ (1.2_1)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.2_2)\ (1.3_3, 3.1_3) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.2_2)\ (1.3_3)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.2_2)\ (1.3_3, 3.3_{2,3}) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.2_2)\ (1.3_3)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3}, 1.2_1)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3}, 1.3_3)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3}, 2.1_1)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3}, 2.2_{1,2}) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3})$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3}, 3.1_3) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3})$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3}, 3.3_{2,3}) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3})$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.3_{2,3})\ (1.2_1, 2.1_1)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.3_{2,3})\ (1.2_1, 2.2_{1,2}) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.3_{2,3})\ (1.2_1)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.3_{2,3})\ (1.3_3, 3.1_3) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.3_{2,3})\ (1.3_3)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.3_{2,3})\ (1.3_3, 3.3_{2,3}) \rightarrow (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.2_{1,2}, 3.3_{2,3})\ (1.3_3)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.2_2)\ (1.1_{1,3}, 1.2_1)$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.2_2)\ (1.1_{1,3}, 1.3_3)$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.2_2)\ (1.1_{1,3}, 2.1_1)$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.2_2)\ (1.1_{1,3}, 2.2_{1,2})$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.2_2)\ (1.1_{1,3}, 3.1_3) \quad \rightarrow \quad (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.2_2)\ (1.1_{1,3})$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.2_2)\ (1.1_{1,3}, 3.3_{2,3}) \quad \rightarrow \quad (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.2_2)\ (1.1_{1,3})$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.2_2)\ (1.2_1, 2.1_1)$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.2_2)\ (1.2_1, 2.2_{1,2})$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.2_2)\ (1.3_3, 3.1_3) \quad \rightarrow \quad (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.2_2)\ (1.3_3)$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.2_2)\ (1.3_3, 3.3_{2,3}) \quad \rightarrow \quad (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.2_2)\ (1.3_3)$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3}, 1.2_1)$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3}, 1.3_3)$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3}, 2.1_1)$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3}, 2.2_{1,2})$

$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3}, 3.1_3) \quad \rightarrow \quad (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3})$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3}, 3.3_{2,3}) \quad \rightarrow \quad (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.3_{2,3})\ (1.1_{1,3})$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.3_{2,3})\ (1.2_1, 2.1_1)$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.3_{2,3})\ (1.2_1, 2.2_{1,2})$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.3_{2,3})\ (1.3_3, 3.1_3) \quad \rightarrow \quad (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.3_{2,3})\ (1.3_3)$
$(3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.3_{2,3})\ (1.3_3, 3.3_{2,3}) \quad \rightarrow \quad (3.1_3, 3.3_{2,3})\ (2.3_2, 3.3_{2,3})\ (1.3_3)$

Während also die tetradischen Zeichengebilde deshalb tetradisch genannt werden können, weil ihre letzte Triade aus zwei inhomogenen Triaden zusammengesetzt sind (die also nicht konkateniert werden können), bestehend die triadischen Zeichengebilde nach der Konkatenation aus zwei triadisch homogenen Paaren von Dyaden sowie einer monadischen „Triade“. Formal:

Tetr. ZG: ((3.a 3.b) (2.c 2.d) (1.e {1./2./3. f}))

Triad. ZG: ((3.a 3.b) (2.c 2.d) (1.e))

Die tetr. ZG erinnern damit in gewisser Weise an die „inhomogenen Kompositionen“ von Textem, die Kaehr (2009) kürzlich entdeckt hatte, während die triad. ZG an Kaehr „homogene Kompositionen“ erinnern. Im Gegensatz zu den Kaehrschein Textemen, scheint es, dass in den von uns konstruierten Zeichengebilden die EXTERNEN Umgebungen (die bei Textemen als Hetero-Morphismen auftreten) INNERHALB der

Dyaden aufscheinen, sozusagen „verpackt“ als oder versteckt hinter üblichen kontexturierten Subzeichen. Hierzu sind tiefgreifende Untersuchungen nötig.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Kaehr, Rudolf, Diamond Text Theory. Ms. Glasgow 2009

Toth, Alfred, Zeichenklassen, Kontexturen, “Zeichengebilde”. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Der eigene und der fremde Wille

1. Rudolf Kaehrs Zuweisung logisch-erkenntnistheoretischer Funktionen zu kontexturierten Subzeichen (Kaehr 2009, S. 15 u. passim) habe ich vorschlagsweise in Toth (2009b) wie folgt ausgebaut:

$$\left.\begin{array}{l} (M_{1,4})^\circ = O_{1,4} \\ \times(M_{1,4}) = O_{4,1} \\ O_{1,4} \neq O_{4,1} \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} M_{1,4} \quad O_{1,4} \quad O_{4,1} \\ \text{Ich} \leftrightarrow \text{Es} \leftrightarrow \text{Es} \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} (M_{3,4})^\circ = I_{3,4} \\ \times(M_{3,4}) = I_{4,3} \\ I_{3,4} \neq I_{4,3} \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} M_{3,4} \quad I_{3,4} \quad I_{4,3} \\ \text{Wir} \leftrightarrow \text{Er/Sie} \leftrightarrow \text{Ich/Sie (pl.)} \end{array}$$

$$\left.\begin{array}{l} (O_{2,4})^\circ = I_{2,4} \\ \times(O_{2,4}) = I_{4,2} \\ I_{2,4} \neq I_{4,2} \end{array}\right\} \qquad \begin{array}{l} O_{2,4} \quad I_{2,4} \quad I_{4,2} \\ \text{Es} \leftrightarrow \text{Du} \leftrightarrow \text{Ihr} \end{array}$$

Da es ferner nach Toth (2009a) keine Ordnungsbeschränkungen für die maximale Anzahl von $3^3 = 27$ Zeichenklassen gibt, die über der triadischen Peirceschen Relation konstruierbar sind, solange man sich an die Kontexturen hält, möchte ich in dieser Arbeit einen ersten, rein technischen Aufriss dieser 27 kontexturierten Zeichenklassen in der Form von Handlungsschemata vorlegen, wie sie in Toth (2008) eingeführt worden waren. Wie man anhand der obigen Tabelle erkennt, tritt jedes Subzeichen in dreifacher Gestalt auf: als Normalform, als Konverse und als Duale. Die einzigen möglichen Formen des „freien“ im Sinne von UNBEEINFLUSSTEN oder EIGENEN Willens finden sich oben.

Ich möchte nochmals betonen, dass es in einer semiotischen Matrix mit nur 6 nicht-selbstdualen Subzeichen unmöglich ist, kombinatorisch mehr als die obigen „freien“ Handlungstypen als Ausdruck eigenen Willens zu konstruieren. Da dies augenschheinlich defektiv ist, liegt hierin wohl ein starker Hinweis, dass man auf höherwertige Semiotik ausweichen werden muss. Ich gebe also die 25 Zeichenklassen, in denen diese Typen vollständig auftreten. Diese sind jedoch Teilmenge einer riesigen Menge von Handlungstypen mit „fremdem“, d.h. unfreiem Willen, der überall dort zum Ausdruck kommt, wo das durch die Handlungsschemata erzeugte Objekt kontexturell mit dem die Handlungs ausführenden Interpretanten inkongruent ist, d.h. wo die Schnittmenge der Kontexturenzahlen zwischen dem Interpretanten und dem Objekt leer ist.

$$\begin{bmatrix} (3.1)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.1)_{1,2,4} \\ (1.1)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (1.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (1.2)_{4,2,1} \\ (1.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.1)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.1)_{1,2,4} \\ (1.2)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (1.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (1.2)_{4,2,1} \\ (2.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.1)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.1)_{1,2,4} \\ (1.3)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (1.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (1.2)_{4,2,1} \\ (3.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.1)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.2)_{1,2,4} \\ (1.1)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (1.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (2.2)_{4,2,1} \\ (1.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.1)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.2)_{1,2,4} \\ (1.2)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (1.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (2.2)_{4,2,1} \\ (2.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.1)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.2)_{1,2,4} \\ (1.3)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (1.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (2.2)_{4,2,1} \\ (3.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.1)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.3)_{1,2,4} \\ (1.1)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (1.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (3.2)_{4,2,1} \\ (1.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.1)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.3)_{1,2,4} \\ (1.2)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (1.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (3.2)_{4,2,1} \\ (2.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.1)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.3)_{1,2,4} \\ (1.3)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (1.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (3.2)_{4,2,1} \\ (3.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.2)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.1)_{1,2,4} \\ (1.1)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (2.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (1.2)_{4,2,1} \\ (1.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.2)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.1)_{1,2,4} \\ (1.2)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (2.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (1.2)_{4,2,1} \\ (2.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.2)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.1)_{1,2,4} \\ (1.3)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (2.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (1.2)_{4,2,1} \\ (3.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.2)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.2)_{1,2,4} \\ (1.1)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (2.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (2.2)_{4,2,1} \\ (1.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.2)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.2)_{1,2,4} \\ (1.2)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (2.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (2.2)_{4,2,1} \\ (2.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.2)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.2)_{1,2,4} \\ (1.3)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (2.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (2.2)_{4,2,1} \\ (3.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.2)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.3)_{1,2,4} \\ (1.1)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (2.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (3.2)_{4,2,1} \\ (1.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.2)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.3)_{1,2,4} \\ (1.2)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (2.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (3.2)_{4,2,1} \\ (2.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} (3.2)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.3)_{1,2,4} \\ (1.3)_{1,3,4} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (2.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (3.2)_{4,2,1} \\ (3.1)_{4,3,1} \end{bmatrix}$$

$$\left[\begin{array}{l} (3.3)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.1)_{1,2,4} \\ (1.1)_{1,3,4} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{l} (3.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (1.2)_{4,2,1} \\ (1.1)_{4,3,1} \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{l} (3.3)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.1)_{1,2,4} \\ (1.2)_{1,3,4} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{l} (3.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (1.2)_{4,2,1} \\ (2.1)_{4,3,1} \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{l} (3.3)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.1)_{1,2,4} \\ (1.3)_{1,3,4} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{l} (3.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (1.2)_{4,2,1} \\ (3.1)_{4,3,1} \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{l} (3.3)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.2)_{1,2,4} \\ (1.1)_{1,3,4} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{l} (3.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (2.2)_{4,2,1} \\ (1.1)_{4,3,1} \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{l} (3.3)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.2)_{1,2,4} \\ (1.2)_{1,3,4} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{l} (3.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (2.2)_{4,2,1} \\ (2.1)_{4,3,1} \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{l} (3.3)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.2)_{1,2,4} \\ (1.3)_{1,3,4} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{l} (3.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (2.2)_{4,2,1} \\ (3.1)_{4,3,1} \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{l} (3.3)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.3)_{1,2,4} \\ (1.1)_{1,3,4} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{l} (3.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (3.2)_{4,2,1} \\ (1.1)_{4,3,1} \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{l} (3.3)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.3)_{1,2,4} \\ (1.2)_{1,3,4} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{l} (3.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (3.2)_{4,2,1} \\ (2.1)_{4,3,1} \end{array}\right]$$

$$\left[\begin{array}{l} (3.3)_{3,4} \\ \text{人} \gg (2.3)_{1,2,4} \\ (1.3)_{1,3,4} \end{array}\right] \times \left[\begin{array}{l} (3.3)_{4,3} \\ \text{人} \gg (3.2)_{4,2,1} \\ (3.1)_{4,3,1} \end{array}\right]$$

Unfreier Wille im letzten Handlungs-Dualsystem läge also z.B. vor bei

$$\begin{bmatrix} (3.3)_{2,3} \\ \curlywedge \gg (2.3)_{2} \\ (1.3)_{3} \end{bmatrix} \times \begin{bmatrix} (3.3)_{1,3} \\ \curlywedge \gg (3.2)_{1} \\ (3.1)_{3} \end{bmatrix}$$

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Xanadu. Manuskript, Glasgow 2009, z.Zt. nicht als Digitalisat greifbar

Toth, Alfred, Entwurf einer handlungstheoretischen Semiotik. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Austausch logisch-erkenntnistheoretischer Relationen durch Dualisation kontexturierter Subzeichen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Subjekt und Objekt und ihr jeweiliges Anderes In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Eigenreale und kategorienreale Homöostase

1. E. Walther (1982) hatte gezeigt, dass sich die 10 Peirceschen Zeichenklassen und Realitätsthematiken als zwei Gruppen Trichotomischer Triaden plus die sie determinierende eigenreale Zeichenklasse und Realitätstthematik zu einem sog. determinantensymmetrischen Dualsystem anordnen lassen (im folgenden in der Darstellung von Bense 1992, S. 76):

(3.1 2.1 1.1) × (1.1 1.2 1.3)
(3.1 2.1 1.2) × (2.1 1.2 1.3)
(3.1 2.1 1.3) × (3.1 1.2 1.3)

(3.1 2.2 1.2) × (2.1 2.2 1.3)
(3.2 2.2 1.2) × (2.1 2.2 2.3)
(3.2 2.2 1.3) × (3.1 2.2 2.3)

(3.1 2.3 1.3) × (3.1 3.2 1.3)
(3.2 2.3 1.3) × (3.1 3.2 2.3)
(3.3 2.3 1.3) × (3.1 3.2 3.3)

$$(\boxed{3.1}\ \boxed{2.2}\ \boxed{1.3})\times(\boxed{3.1}\ \boxed{2.2}\ \boxed{1.3})$$

D.h. also, dass die 10 Peirceschen Dualsysteme in mindestens 1 Subzeichen mit dem eigenrealen Dualsystem zusammenhängen. Es besteht somit eine semiotische Homöostase.

2. Dagegen gilt dies nicht für die Genuine Kategorienklasse

(3.3 2.2 1.1) × (1.1 2.2 3.3)

die, wegen ihrer ähnlichen Symmetrieeigenschaften, von Bense (1992, S. 40) als „Eigenrealität schwächerer Repräsentativität“ bezeichnet wurde, denn nur (2.2) hängt, qua (2.2) $\subset$ (3.1 2.2 1.3) mit jeder anderen Zeichenklasse und Realitätsthematik qua determinantensymmetrisches Dualsystem zusammen, d.h. es gibt auf der Ebene der reinen Subzeichen keine Homöostase der schwächeren Eigenrealität wie es eine Homöostase der (stärkeren) Eigenrealität gibt.

3. Allerdings wurde übersehen, dass man mit Hilfe der Kontexturierung der Subzeichen, die Kaehr (2008) eingeführt hatte, auch ein auf schwächerer Eigenrealität basierendes homöostatisches System kosntruieren kann. Im folgenden gebe ich das Peircesche Dualitätssystem in der semiotischen Kontextur K = 3:

$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$

$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1) \times (2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$

$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1) \times (2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$

$(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$

$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1) \times (2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$

$(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$

$(3.2_2\ 2.3_2\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 3.2_2\ 2.3_2)$

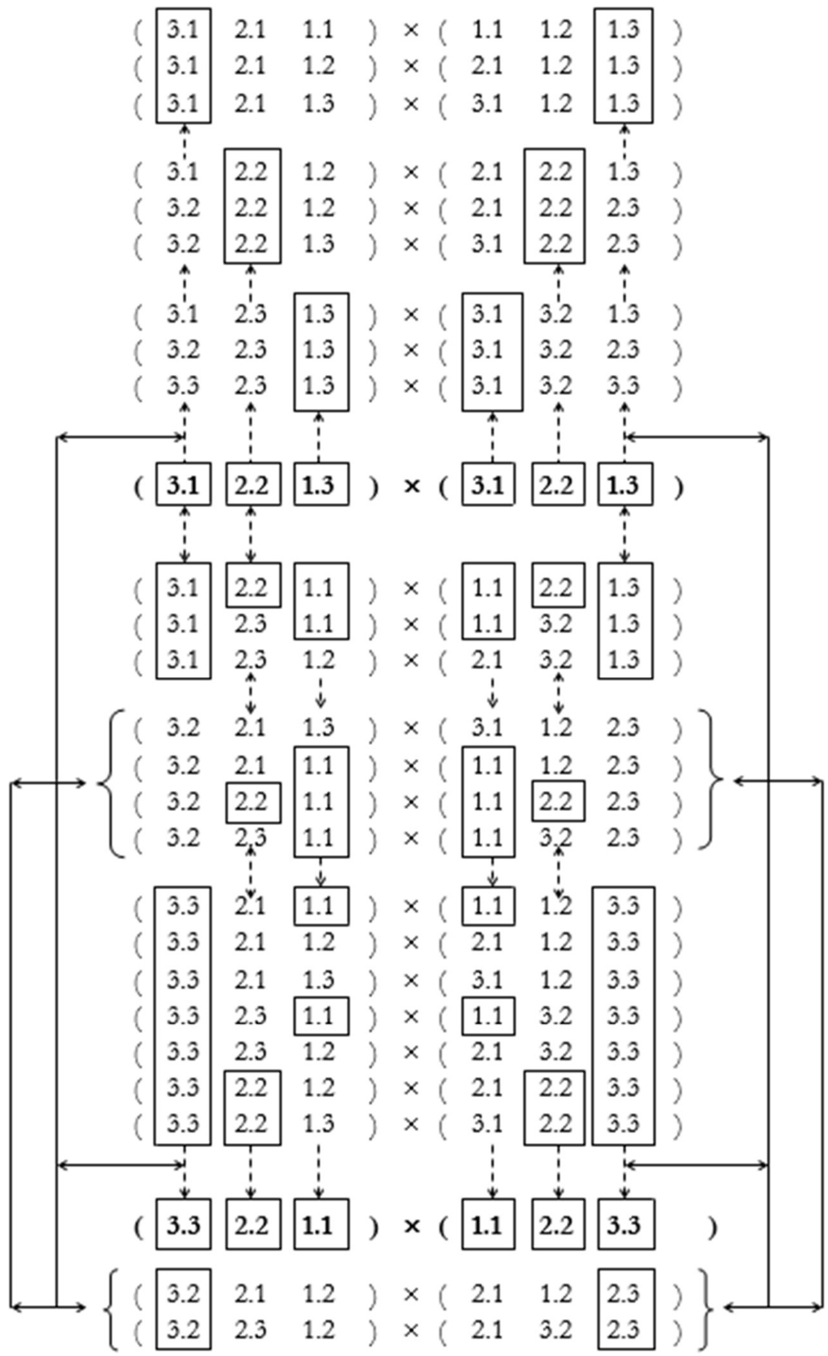
$(3.3_{2,3}\ 2.3_2\ 1.3_3) \times (3.1_3\ 3.2_2\ 3.3_{3,2})$

Die 3-Kontexturierung der Genuinen Kategorienklasse ist

$(3.3_{2,3}\ 2.2_{1,2}\ 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1}\ 2.2_{2,1}\ 3.3_{3,2})$

Wie man sieht, hat jeder Interpretantenbezug einen der folgenden drei Kontexturenzahlen: 2, 3 oder 2, 3. Jeder Objektbezug hat entweder 1, 2 oder 1,2, und jeder Mittelbezug hat entweder 1, 3 oder 1, 3. Damit ist aber gezeigt, dass die Genuine Kategorienklasse sämtliche 10 Peirceschen Zeichenklassen und Realitätsthematiken determiniert und sie also ein **diskriminantensymmetrisches Dualitätssystem** bilden.

Da das über die Abbildung der Kontexturenzahl auf die Subzeichen Gesagte ferner für sämtliche MÖGLICHEN Zeichenklassen und Realitätsthematiken gilt, d.h. auch für die $3^3 = 27 \setminus 10 = 17$ "irregulären", der semiotischen Ordnung ($a \leq b \leq c$) verstossenden "Zeichenklassen/Realitätsthematiken", folgt, dass qua Kontexturenzahlen, sogar die 27 und nicht nur die Zeichenklassen eine schwächer-eigenreales diskriminantensymmetrisches Dualitätssystem bilden. Aus technischen Gründen lasse ich allerdings in der folgenden Figur die Kontexturenzahlen weg. Man kann sie anhand der obigen Matrix ergänzen.



Determinantensymmetrische eigenreale Dualität ist somit ein quantitativ-mathematischer Spezialfall, der an die Subzeichen gebunden ist, während diskriminantensymmetrische schwächer-eigenreale Dualität der qualitativ-übergeordnete allgemeine Fall ist, der von den Subzeichen primär unabhängig nur von der Kontexturenzahlen abhängt.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Diamond semiotics. In: http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (Kaehr 2008)

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Eigenrealität „stärkerer“ und „schwächerer“ Repräsentation

1. Bense (1992, S. 40) unterschied zwischen Eigenrealität „stärkerer“ Repräsentation, wie sie bei der dualinvarianten Zeichenklasse/Realitätsthematik

(3.1 2.2 1.3)

×(3.1 2.2 1.3) = (3.1 2.2 1.3)

(3.1 2.2 1.3) = (3.1 2.2 1.3)

vorliegt, und Eigenrealität „schwächerer“ Repräsentation, wie sie bei der Genuinen Kategorienklasse

(3.3 2.2 1.1)

×(3.3 2.2 1.1) = (1.1 2.2 3.3)

(3.3 2.2 1.1) ≠ (1.1 2.2 3.3)

vorliegt, wo die Subzeichen erhalten bleibt und nur ihre Reihenfolge wechselt, während bei den übrigen 9 Zeichenklassen/Realitätsthemtiken auch die Ordnung der Subzeichen selbst invertiert wird (einfach deshalb, weil die Struktur (x.x y.y z.z) nur der Hauptdiagonalen der semiotischen Matrix aufscheint), vgl. z.B.

(3.1 2.1 1.3)

×(3.1 2.1 1.3) = (3.1 1.2 1.3)

(3.1 2.1 1.3) ≠ (3.1 1.2 1.3).

2. In Toth (2009) wurde nun zusätzlich unterschieden zwischen Eigenrealität der Subzeichen und Eigenrealität der Kontexturenzahlen. Z.B. weist die 3-kontexturierte Zeichenklasse

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$

$\times(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) = (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$

$(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \neq (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$

zwar Eigenrealität der Subzeichen, aber nicht Eigenrealität der Kontexturenzahlen auf. Dagegen weist die Zeichenklasse

$(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$

Eigenrealität der Kontexturenzahlen, aber nicht Eigenrealität der Subzeichen auf.

3. Eine weitere mit der Eigenrealität verbundene formale Eigenschaft, die seit Walther (1982) bekannt ist, ist, dass die eigenreale Zeichenklasse/Realitätsthematik in mindestens 1 und maximal 2 Subzeichen mit jeder anderen Zeichenklasse/Realitätsthematik zusammenhängt. D.h. jede der übrigen 9 Peirceschen Zeichenklassen weist entweder ein (3.1), ein (2.2) oder ein (1.3) auf.

Nun gilt dies nur für die „stärkere" Form der Eigenrealität, denn die „schwächere"

$(3.3\ 2.2\ 1.1) \times (1.1\ 2.2\ 3.3)$

hängt nicht mit allen übrigen 10 Zeichenklassen in auch nur einem Subzeichen zusammen.

Auf der anderen Seite ist es aber so, dass die Kontexturen der eigenrealen 3-Zeichenklassen

$(3, 1/2, 3) \times (3, 2/1, 3)$

nicht mit jeder Kontexturenzahl der übrigen 9 Zeichenklassen zusammenhängen. Zusammengefasst gesagt, gilt also:

Theorem 1: Die „stärker" eigenreale Zeichenklasse/Realitätsthematik hängt punkto Subzeichen-Eigenrealität mit jeder anderen Peirceschen Zeichenklasse/ Realitätsthematik zusammen. Sie hängt aber nicht mit jeder anderen Zeichenklasse/ Realitätsthematik punkto Kontexturenzahlen-Eigenrealität zusammen.

Wenn wir nun aber die 3-Kontexturierung der Genuinen Kategorienklasse anschauen:

$(3.3_{2,3}\ 2.2_{1,2}\ 1.1_{1,3}) \times (1.1_{3,1}\ 2.2_{2,1}\ 3.3_{3,2})$,

dann ist die Kontexturierung der genuinen Subzeichen ja identisch mit derjenigen der Primzeichenrelation

$PZR = (.1.)_{1,3}, (.2.)_{1,2}, (.3.)_{2,3}$,

d.h. als Hauptdiagonale der 3-kontexturierten semiotischen 3×3 Matrix hängt sie natürlich mit sämtlichen über dieser Matrix konstruierbaren Zeichenklassen und Realitätsthematiken zusammen, und zwar gilt dies somit nicht nur für die 10 Peirceschen „regulären" Zeichenklassen der Ordnung

$(3.a\ 2.b\ 1.c)$ mit $a \leq b \leq c$,

sondern ebenso für alle übrigen, d.h. für sämtliche $3^3 = 27$ möglichen Zeichenklassen und Realitätsthematiken. Damit können wir nochmals zusammenfassen:

Theorem 2: Die „schwächer“ eigenreale Zeichenklasse/Realitätsthematik hängt punkto Subzeichen-Eigenrealität nicht mit jeder anderen (Peirceschen) Zeichenklasse/ Realitätsthematik zusammen. Sie hängt aber mit sämtlichen 27 möglichen Zeichenklasse/Realitätsthematik punkto Kontexturenzahlen-Eigenrealität zusammen.

Subzeichen-Eigenrealität ist somit das wichtigste Merkmal „stärkerer“ Eigenrealität, während Kontexturenzahlen-Eigenrealität das wichtgste Merkmal „schwächerer“ Eigenrealität ist. Denn ebenso, wie es auf der Basis der Subzeichen-Eigenrealität möglich ist, die 10 Peirceschen Zeichenklassen/ Realitätsthematiken als „determinantensymmetrisches Dualitätssystem“ darzustellen (Walther 1982), ist es möglich, die 27 möglichen Zeichenklassen/ Realitätsthematiken als „diskriminantensymmetrisches Dualitätssystem“ darzustellen.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Eigenreale Zeichenklassen und eigenreale Kontexturenzahlen.m In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Walther, Elisabeth, Nachtrag zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 27, 1982, S. 15-20

Die 27 semiotischen Basis-Morphogramme der triadisch-trichotomischen Semiotik

1. Was hier präsentiert wird, ist mir leider nicht eingefallen, als ich 2003 mein Buch "Die Hochzeit und Semotik und Struktur" veröffentlichte, obwohl es im Grunde genau diese 27 semiotischen Basis-Morphogramme der triadisch-trichotomischen (Peirceschen) Semiotik sind, welche die Hochzeitsprodukte aus Semiotik (Subzeichen) und Struktur (Kontexturenzahlen), und zwar nun erstmals in der Form von semiotischen Morphogrammen dargestellt (vgl. Kaehr 2009, S. 10 f.), sind und nach denen Kronthaler und ich so lange gesucht hatten. Der Ruhm, das "semiotische Morphogramm" konstruiert zu haben, gebührt daher einzig und allein Rudolf Kaehr (Kaehr 2009); mein bescheidenes eigenes Verdienst ist es einzig, mit ihnen zu zeigen, dass wir nicht nur die 10 Peirceschen Dualsysteme, sondern alle $3^3 = 27$ möglichen Dualsysteme benötigen, und ferner die semiotischen Morphogramme für alle 54 Relationen gezeichnet zu haben. Sie stellen aber natürlich die Voraussetzung für das Kernstück von "Die Hochzeit und Struktur" (2003, S. 36 ff.), nämlich die Intra- und Transoperatoren, dar, so dass die Arbeit an ihnen erst jetzt, nach so vieljähriger Verspätung wieder aufgenommen werden kann.

2. Hier benötigen wir nur ein absolutes Minimum an theoretischen Grundlagen. Zuerst die allgemeine Form der triadisch-trichotomischen Zeichenklassen und Realitätsthematiken, die zusammen sog. "Dualsysteme" bilden:

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

Rth = ×(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3), mit a, b, c ∈ {1, 2, 3}

und dann die von Kaehr (2008) kontexturierte semiotische Matrix für 3 Kontexturen, die wir den folgenden Morphogrammen zugrunde legen.

$$\begin{pmatrix} 1.1_{1,3} & 1.2_{1} & 1.3_{3} \\ 2.1_{1} & 2.2_{1,2} & 2.3_{2} \\ 3.1_{3} & 3.2_{2} & 3.3_{2,3} \end{pmatrix}$$

Wir gehen also bewusst bei den Darstellungen nicht von Fragmenten von 4-Kontexturalität aus, obwohl das im Grunde wünschenswert und nötig wäre (vgl. auch Toth 2003, S. 54 ff.).

3. Die 27 semiotischen Basis-Morphogramme

1. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$ × $(1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 1.3_3)$

-.-	2.1	-.-		1.1	1.2	-.-
-.-	-.-	-.-	×	-.-	-.-	-.-
3.1	-.-	1.3		1.1	-.-	1.3

2. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.2_1)$ × $(2.1_1\ 1.2_1\ 1.3_3)$

-.-	2.1	1.2		2.1	1.2	-.-
-.-	-.-	-.-	×	-.-	-.-	-.-
3.1	-.-	-.-		-.-	-.-	1.3

3. $(3.1_3\ 2.1_1\ 1.3_3)$ × $(3.1_3\ 1.2_1\ 1.3_3)$

-.-	2.1	-.-		-.-	1.2	-.-
-.-	-.-	-.-	×	-.-	-.-	-.-
3.1	-.-	1.3		3.1	-.-	1.3

4. $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.1_{1,3})$ × $(1.1_{3,1}\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$

-.-	2.2	1.1		1.1	2.2	-.-
-.-	2.2	-.-	×	-.-	2.2	-.-
3.1	-.-	1.1		1.1	-.-	1.3

5. $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1)$ × $(2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$

-.-	2.2	1.2		2.1	2.2	-.-
-.-	2.2	-.-	×	-.-	2.2	-.-
3.1	-.-	-.-		-.-	-.-	1.3

6. $(3.1_3\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3)$ × $(3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 1.3_3)$

-.-	2.2	-.-		-.-	2.2	-.-
-.-	2.2	-.-	×	-.-	2.2	-.-
3.1	-.-	1.3		3.1	-.-	1.3

7. $(3.1_3\ 2.3_2\ 1.1_{1,3})$ × $(1.1_{3,1}\ 3.2_2\ 1.3_3)$

-.-	-.-	1.1		1.1	-.-	-.-
-.-	2.3	-.-	×	-.-	3.2	-.-
3.1	-.-	1.1		1.1	-.-	1.3

8. $(3.1_3\ 2.3_2\ 1.2_1)$ × $(2.1_1\ 3.2_2\ 1.3_3)$

-.-	-.-	1.2		2.1	-.-	-.-
-.-	2.3	-.-	×	-.-	3.2	-.-
3.1	-.-	-.-		-.-	-.-	1.3

9. $(3.1_3\ 2.3_2\ 1.3_3)$ × $(3.1_3\ 3.2_2\ 1.3_3)$

-.-	-.-	-.-		-.-	-.-	-.-
-.-	2.3	-.-	×	-.-	3.2	-.-
3.1	-.-	1.3		3.1	-.-	1.3

10. $(3.2_2\ 2.1_1\ 1.1_{1,3})$ × $(1.1_{3,1}\ 1.2_1\ 2.3_2)$

-.-	2.1	1.1		1.1	1.2	-.-
3.2	-.-	-.-	×	-.-	-.-	2.3
-.-	-.-	1.1		1.1	-.-	-.-

11. $(3.2_2\ 2.1_1\ 1.2_1) \quad \times \quad (2.1_1\ 1.2_1\ 2.3_2)$

-.-	2.1	1.2		2.1	1.2	-.-
3.2	-.-	-.-	×	-.-	-.-	2.3
-.-	-.-	-.-		-.-	-.-	-.-

12. $(3.2_2\ 2.1_1\ 1.3_3) \quad \times \quad (3.1_3\ 1.2_1\ 2.3_2)$

-.-	2.1	-.-		3.1	1.2	-.-
3.2	-.-	-.-	×	-.-	-.-	2.3
-.-	-.-	1.3		-.-	-.-	-.-

13. $(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.1_{1,3}) \quad \times \quad (1.1_{3,1}\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$

-.-	2.2	1.3		1.1	2.2	-.-
3.2	2.2	-.-	×	-.-	2.2	2.3
-.-	-.-	1.3		1.1	-.-	-.-

14. $(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.2_1) \quad \times \quad (2.1_1\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$

-.-	2.2	1.2		2.1	2.2	-.-
3.2	2.2	-.-	×	-.-	2.2	2.3
-.-	-.-	-.-		-.-	-.-	-.-

15. $(3.2_2\ 2.2_{1,2}\ 1.3_3) \quad \times \quad (3.1_3\ 2.2_{2,1}\ 2.3_2)$

-.-	2.2	-.-		-.-	2.2	-.-
3.2	2.2	-.-	×	-.-	2.2	2.3
-.-	-.-	1.3		3.1	-.-	-.-

16. $(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.1_{1,3}) \quad \times \quad (1.1_{3,1}\ 3.2_{2}\ 2.3_{2})$

-.-	-.-	1.3		1.1	-.-	-.-
3.2	2.3	-.-	×	-.-	3.2	2.3
-.-	-.-	1.3		1.1	-.-	-.-

17. $(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.2_{1}) \quad \times \quad (2.1_{1}\ 3.2_{2}\ 2.3_{2})$

-.-	-.-	1.2		2.1	-.-	-.-
3.2	2.3	-.-	×	-.-	3.2	2.3
-.-	-.-	-.-		-.-	-.-	-.-

18. $(3.2_{2}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3}) \quad \times \quad (3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 2.3_{2})$

-.-	-.-	-.-		-.-	-.-	-.-
3.2	2.3	-.-	×	-.-	3.2	2.3
-.-	-.-	1.3		3.1	-.-	-.-

19. $(3.3_{2,3}\ 2.1_{1}\ 1.1_{1,3}) \quad \times \quad (1.1_{3,1}\ 1.2_{1}\ 3.3_{3,2})$

-.-	2.1	1.1		1.1	1.2	-.-
3.3	-.-	-.-	×	-.-	-.-	3.3
3.3	-.-	1.1		1.1	-.-	3.3

20. $(3.3_{2,3}\ 2.1_{1}\ 1.2_{1}) \quad \times \quad (2.1_{1}\ 1.2_{1}\ 3.3_{3,2})$

-.-	2.1	1.2		2.1	1.2	-.-
3.3	-.-	-.-	×	-.-	-.-	3.3
3.3	-.-	-.-		-.-	-.-	3.3

21. $(3.3_{2,3}\ 2.1_{1}\ 1.3_{3}) \quad \times \quad (3.1_{3}\ 1.2_{1}\ 3.3_{3,2})$

-.-	2.1	-.-		-.-	1.2	-.-
3.3	-.-	-.-	×	-.-	-.-	3.3
3.3	-.-	1.3		3.1	-.-	3.3

22. $\mathbf{(3.3_{2,3}\ 2.2_{1,2}\ 1.1_{1,3}) \quad \times \quad (1.1_{3,1}\ 2.2_{2,1}\ 3.3_{3,2})}$

-.-	2.2	1.1		1.1	2.2	-.-
3.3	2.2	-.-	×	-.-	2.2	3.3
3.3	-.-	1.1		1.1	-.-	3.3

23. $(3.3_{2,3}\ 2.2_{1,2}\ 1.2_{1}) \quad \times \quad (2.1_{1}\ 2.2_{2,1}\ 3.3_{3,2})$

-.-	2.2	1.2		2.1	2.2	-.-
3.3	2.2	-.-	×	-.-	2.2	3.3
3.3	-.-	-.-		-.-	-.-	3.3

24. $(3.3_{2,3}\ 2.2_{1,2}\ 1.3_{3}) \quad \times \quad (3.1_{3}\ 2.2_{2,1}\ 3.3_{3,2})$

-.-	2.2	-.-		-.-	2.2	-.-
3.3	2.2	-.-	×	-.-	2.2	3.3
3.3	-.-	1.3		3.1	-.-	3.3

25. $(3.3_{2,3}\ 2.3_{2}\ 1.1_{1,3}) \quad \times \quad (1.1_{3,1}\ 3.2_{2}\ 3.3_{3,2})$

-.-	-.-	1.1		1.1	-.-	-.-
3.3	2.3	-.-	×	-.-	3.2	3.3
3.3	-.-	1.1		1.1	-.-	3.3

26. $(3.3_{2,3}\ 2.3_{2}\ 1.2_{1})$ × $(2.1_{1}\ 3.2_{2}\ 3.3_{3,2})$

-.-	-.-	1.2		2.1	-.-	-.-
3.3	2.3	-.-	×	-.-	3.2	3.3
3.3	-.-	-.-		-.-	-.-	3.3

27. $(3.3_{2,3}\ 2.3_{2}\ 1.3_{3})$ × $(3.1_{3}\ 3.2_{2}\ 3.3_{3,2})$

-.-	-.-	-.-		-.-	-.-	-.-
3.3	2.3	-.-	×	-.-	3.2	3.3
3.3	-.-	1.3		3.1	-.-	3.3

4. Wie man also sieht, hängt die Genuine Kategorienklasse (die hier fett markiert wurde), d.h. die Hauptdiagonale der semiotischen Matrix, durch ihre Kontexturenzahlen mit den Kontexturenzahlen sämtlicher 27 Dualsysteme zusammen. Die „schwächere Eigenrealität“ (Bense 1992, S. 40) ist damit diejenige formale Zeichenstruktur, welche die obigen 27 Dualsysteme als dsikriminantensymmetrisches Dualitätssystem definiert.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Kaehr, Rudolf, Diamond Semiotics. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Diamond%20Semiotics/Diamond%20Semiotics.pdf (2008)

Kaehr, Rudolf, Polycontexturality of signs? http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/PolySigns/PolySigns.pdf (2009)

Toth, Alfred, Die Hochzeit von Semiotik und Struktur. Klagenfurt 2003

Qualitative semiotische Zahlentheorie

1. In Toth (2009) hatten wir festgestellt, dass sich mittels der 3-kontexturalen Proto- sowie der Deutero-Semiotik

TPS = TDS = {000, 001, 012}

durch Abbildungen der Morphogramme auf Trichotomien-Tripel

000 → (111, 222, 333)

001 → (112, 113, 221, 223)

012 → (123)

die folgenden Peirceschen Zeichenklassen herstellen lassen:

000 → (3.1 2.1 1.1, 3.2 2.2 1.2, 3.3 2.3 1.3)

001 → (3.1 2.1 1.2, 3.1 2.1 1.3, 3.2 2.2 1.3)

012 → (3.1 2.2 1.3).

Allerdings stellt 221 auch die folgenden irregulären Zeichenklassen her

221 → *(3.2 2.2 1.1), *(3.3 2.3 1.2).

Da umgekehrt das Morphogramm 221 aber proto- und deutero-äquivalent ist mit dem Morphogramm 001, ist die Umkehrung der Ordnung von $0 < 1$ zu $2 > 1$ hier nur zufällig. Sie ist allerdings der Grund für Herstellung der irregulären Zeichenklassen, den für reguläre gilt: (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$, hier aber haben wir $b > a$.

2. In der 3-kontexturalen Trito-Semiotik

TTS = {000, 001, 010, 011, 012),

lassen sich erstmals sämtliche Peirceschen Zeichenklassen herstellen, denn zusätzlich zu den bisherigen Grundtypen von Morphogrammen treten jetzt noch die folgenden: 010, 011.

011 → (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.3 1.3)

Allerdings weist 010 wiederum die Struktur $0 < 1 > 0$ auf, so dass hier ausschliesslich irreguläre Zeichenklassen entstehen:

010 → *(3.1 2.2 1.1), *(3.2 2.1 1.2), *(3.3 2.1 1.3), *(3.3 2.2 1.3).

3. Wir können nun ale jene Morphogramme zusammenstellen, deren Ordnungsrelationen mindestens ein „>“ enthält. Dabei gehen wir von den Ordnungstypen auf, wie sie in den 5 Morphogrammen der 3-kontexturalen Trito-Semiotik erscheinen:

000 →

001 → 100

010 → 010

011 → 110

012 → 210

weitere, nicht aufscheinende, sind

101

021, 102, 120, 201, 210

Wie man leicht zeigen kann, lassen sich nun mit diesen 6 zusätzlichen Morphogrammen die 27\10 = 27 „irregulären“ Zeichenkklassen erzeugen:

010 → (3.1 2.2 1.1)

010 → (3.1 2.3 1.1)

021 → (3.1 2.3 1.2)

100 → (3.2 2.1 1.1)

101 → (3.2 2.1 1.2)

102 → (3.2 2.1 1.3)

110 → (3.2 2.2 1.1)

120 → (3.2 2.3 1.1)

010 → (3.2 2.3 1.2)

100 → (3.3 2.1 1.1)

201 → (3.3 2.1 1.2)

101 → (3.3 2.1 1.3)

210 → (3.3 2.2 1.1)

100 → (3.3 2.2 1.2)

101 → (3.3 2.2 1.3)

110 → (3.3 2.3 1.1)

110 → (3.3 2.3 1.2)

Der Grund dafür nun, warum Morphogramme mit abweichender Ordnungsstruktur die irregulären Zeichenklassen erzeugen, ist, dass die letzteren in der zu

T_m reflektierten Kontextur $_mT$ auftreten: Die irregulären Zeichenklassen sind damit also „Realitätsthematiken im Zeichenklassen-Pelz", denn sie sind ja zu den regulären dual! Die 3-kontexturale Trito-Semiotik erzeugt also nicht nur die 10 Peirceschen Zeichenklassen, sondern auch einige irreguläre Zeichenklassen. Diese liegen alle in derselben Kontextur. Will man nun auch die 17 irregulären Zeichenklassen bilden, muss man die relektierten Morphogramme und ihre Permutationen auf sie abbilden und ernthält so geau die $3^3 = 3$ möglichen triadisch-trichotomischen Zeichenrelationen.

Bibliographie

Toth, Alfred, Qualitative semiotische Zahlentheorie IV. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Die Erzeugung „irregulärer“ Zeichenklassen durch reflektionale Trito-Systeme

1. Wie in Toth (2009) gezeigt wurde, erzeugen die 3-kontexturalen Trito-Zahlen sämtliche Peirceschen Zeichenklassen:

000 $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3)

001 $\rightarrow$ (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3)

011 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.3 1.3)

012 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.3),

darunter aber auch die irregulären Zeichenklassen

010 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.1), (3.2 2.3 1.2), (3.2 2.1 1.2), (3.3 2.2 1.3)

2. Auf der Basis der allgemeinen Form

Zkl = (3.A 2.B 1.C), mit A, B, C $\in$ {.1, .2, .3}

kann man maximal 3^3 = 27 Zeichenklassen erzeugen, von denen allerdings von Peirce und seinen Nachfolgern nur die 10 durch die inklusive Ordnung A $\leq$ B $\leq$ C herausgefilterten als „regulär“ aufgefasst werden.

2. Um nun auch die 17 „irregulären“ Zeichenklassen zu erzeugen, gehen wir anstatt von der Kontextur R_3 von der reflektionalen Kontextur $_3$Я aus (vgl. Kronthaler 1986, S. 47), wobei von dieser Spiegelung allerdings nur 3 von den 5 3-Trito-Zeichen betroffen sind:

110 $\rightarrow$ (3.3 2.3 1.1), (3.3 2.3 1.2), (3.2 2.2 1.1)

101 $\rightarrow$ (3.1 2.2 1.1), (3.1 2.3 1.1), (3.2 2.3 1.2), (3.3 2.1 1.3), (3.3 2.2 1.3)

100 $\rightarrow$ (3.2 2.1 1.1), (3.2 2.1 1.2), (3.3 2.1 1.1), (3.3 2.2 1.2)

210 $\rightarrow$ (3.1 2.3 1.2), (3.2 2.1 1.3), (3.2 2.3 1.1), (3.3 2.2 1.1), (3.3 2.1 1.2)

Damit sind somit sämtlich 27 triadisch-trichotomischen Werte der Zeichenklassen hergestellt, oder genauer: die trichotomischen Werte (A.B.C) der Zeichenklassen der allgemeinen Form

Zkl = (x.A y.B z.C)

mit konstant gesetzen x = 3., y = 2. und z = 1.

Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Was ist überhaupt ein Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009

Reflektionale Kontexturen und komplementäre Graphen

1. In Toth (2009a) wurde gezeigt, dass durch Belegung der 3-kontexturalen Trito-Zahlen mit dem trichotomischen Peirce-Zahlen die 10 Zeichenklassen hergestellt werden können:

000 → (3.1 2.1 1.1), (3.2 2.2 1.2), (3.3 2.3 1.3)

001 → (3.1 2.1 1.2), (3.1 2.1 1.3), (3.2 2.2 1.3)

011 → (3.1 2.2 1.2), (3.1 2.3 1.3), (3.2 2.3 1.3)

012 → (3.1 2.2 1.3),

zuzüglich der folgenden irregulären Zeichenklassen:

010 → (3.1 2.2 1.1), (3.2 2.3 1.2), (3.2 2.1 1.2), (3.3 2.2 1.3).

2. Ein Blick auf die Struktur von 010 zeigt, dass sie dual ist, d.h. mit ihrer Reflektion zusammenfällt. Dies führte zur Entdeckung, dass in der zur Kontextur R_3 reflektionalen Kontextur ${}_3Я$ (vgl. Kronthaler 1986, S. 47), sämtliche 17 „irregulären“ Zeichenklassen hergestellt werden können, d.h. all jene Zeichenklassen, die von der gesamten Menge der $3^3 = 27$ Zeichenklassen abzüglich der 10 Peirceschen Zeichenklassen noch verbleiben und die sonst durch die Struktur (3.A 2.B 1.C) mit der Ordnungsbeschränkung $A \leq B \leq C$ ausgefiltert werden (Toth 2009b):

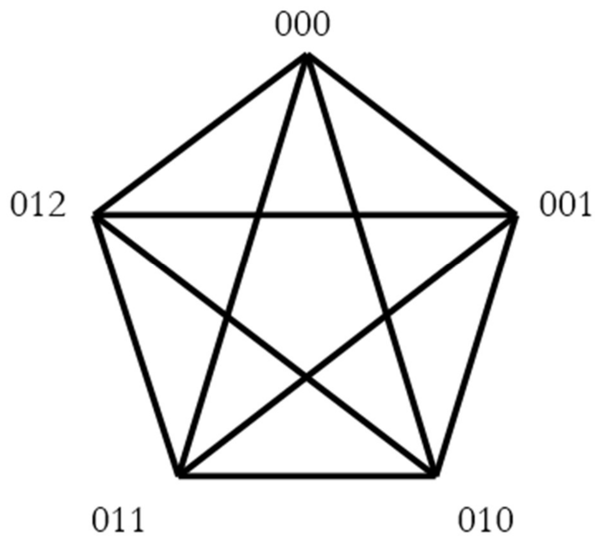
100 → (3.2 2.1 1.1), (3.2 2.1 1.2), (3.3 2.1 1.1), (3.3 2.2 1.2)

110 → (3.3 2.3 1.1), (3.3 2.3 1.2), (3.2 2.2 1.1)

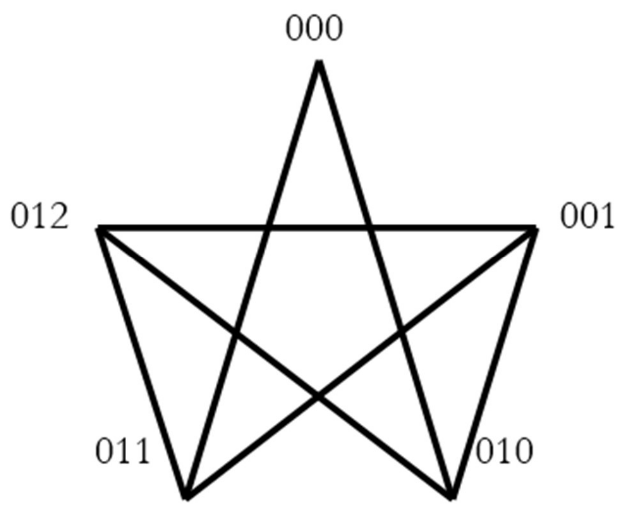
101 → (3.1 2.2 1.1), (3.1 2.3 1.1), (3.2 2.3 1.2), (3.3 2.1 1.3), (3.3 2.2 1.3)

210 → (3.1 2.3 1.2), (3.2 2.1 1.3), (3.2 2.3 1.1), (3.3 2.2 1.1), (3.3 2.1 1.2)

3. Mit den Trito-Zahlen aus R_3 sowie ${}_3Я$ lassen sich somit sämtliche 27 Zeichenklassen erzeugen. Um die 5 Trito-Zahlen aus R_3 anzuordnen, kann man sich statt eines Kreises eines 5-Ecks bedienen:



Dann ergibt sich zur Anordnung der reflektierten Zeichenklassen aus $_3$Я der zum obigen komplementäre Graph:



Die reflektierte Kontextur erzeugt also die „irregulären" Zeichenklassen des Peirceschen Systems; die Darstellung der reflektierten Trito-Zahlen erfolgt durch den komplementären Graphen.

Bibliographie

Kronthaler, Engelbert, Grundlegung einer Mathematik der Qualitäten. Frankfurt am Main 1986

Toth, Alfred, Was ist überhaupt ein Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Die Erzeugung “irregulärer” Zeichenklassen durch reflektionale Trito-Systeme. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Konstruktionen von Zeichenklassen aus Dyaden von trichotomischen Peirce-Zahlen

1. Die Unterscheidung triadischer und trichotomischer Peirce-Zahlen (einschliesslich der indifferenten Peirce-Zahlen wie (1.2) und (2.1), (1.3) und (3.1), (2.3) und (3.3)), wurde in Toth (2009a) eingeführt. In Toth (2009b) wurde gezeigt, dass triadische (tdP) und trichotomische (ttP) Peirce-Zahlen abweichende Eigenschaften haben. Ferner wurde in Toth (2009c) nachgeweisen, dass man durch Abbildung von ttP auf 3-kontexturale Trito-Sequenzen die 10 Peirceschen Zeichenklassen sowie einige „irreguläre" Zeichenklassen herstellen kann. In Toth (2009d) wurde schliesslich gezeigt, dass man durch die reflektierte Kontextur K 3 sämtliche 3^3 = 27 möglichen triadisch-trichotomischen Zeichenklassen herstellen kann.

2. Nachdem nun in Toth (2009e) gezeigt wurde, dass man keineswegs am dogmatischen sogenannten Peirceschen Reduktionsaxiom (vgl. Toth 2008, S. 214 ff.) festhalten muss, sondern Zeichenklassen und Realitätsthematiken auch aus Dyaden (auf die nach einem bekannten Theorem sämtliche n-adischen Relationen zurückgeführt werden können) herstellen kann, wollen wir zeigen, die die Konstruktionen von Zeichenklassen und Realitätsthematiken aus Dyaden ttP funktioniert.

2.1. Die Abbildung der Zeichenklassen auf ttP ist eindeutig:

3.1 2.1 1.1 $\rightarrow$ 111

3.1 2.1 1.2 $\rightarrow$ 112

3.1 2.1 1.3 $\rightarrow$ 113

3.1 2.2 1.1 $\rightarrow$ 121

3.1 2.2 1.2 $\rightarrow$ 122

3.1 2.2 1.3 $\rightarrow$ 123

3.1 2.3 1.1 → 131

3.1 2.3 1.2 → 132

3.1 2.3 1.3 → 133

3.2 2.1 1.1 → 211

3.2 2.1 1.2 → 212

3.2 2.1 1.3 → 213

3.2 2.2 1.1 → 221

3.2 2.2 1.2 → 222

3.2 2.2 1.3 → 223

3.2 2.3 1.1 → 231

3.2 2.3 1.2 → 232

3.2 2.3 1.3 → 233

3.3 2.1 1.1 → 311

3.3 2.1 1.2 → 312

3.3 2.1 1.3 → 313

3.3 2.2 1.1 → 321

3.3 2.2 1.2 → 322

3.3 2.2 1.3 → 323

3.3 2.3 1.1 $\rightarrow$ 331

3.3 2.3 1.2 $\rightarrow$ 332

3.3 2.3 1.3 $\rightarrow$ 333

2.2. Konkatenation von Dyaden von ttP zur Konstruktion von Zkln

2.2.1. Unkontexturierter Fall

Hier muss C(Dy1) = D(Dy2) sein, d.h. es muss mindestens ein gemeinsames Subzeichen vorhanden sein, z.B.

$(311) \equiv (3 \rightarrow 1) \lozenge (1 \rightarrow 1)$

$(231) \equiv (2 \rightarrow 3) \lozenge (3 \rightarrow 1)$

$(132) \equiv (1 \rightarrow 3) \lozenge (3 \rightarrow 2)$

2.2.2. Kontexturierter Fall

2.2.2.1. C(Dy1) = D(Dy2), sog. homogene Fälle, s.o.

2.2.2.2. C(Dy1) ≠ D(Dy2), sog. heterogene Fälle, s.o.

Hier kommen die Kaehrschen „matching conditions“ (vgl. z.B. Kaehr 2009) der Kontexturenzahlen zum Einsatz, z.B.

$(2321) \rightarrow (2 \rightarrow 3)_{\alpha,\beta} \lozenge (2 \rightarrow 1)_{\gamma,\delta}$

MC: $\alpha \equiv \gamma$; $\alpha \equiv \delta$; $\beta \equiv \gamma$; $\beta \equiv \delta$; $\alpha, \beta \equiv \gamma$; $\alpha, \beta \equiv \delta$; $\alpha, \beta \equiv \gamma, \delta$.

Man beachte allerdings, dass wenn von ttP und nicht von Subzeichen (d.h. gemischten tdP/ttP) ausgegangen wird, die Kontexturierungen nicht mehr „redundant“ sind, d.h. wir haben z.B. $(1.3)_3 \equiv 1_3$ vs. $(2.3)_2 \equiv 3_2$ vs. $(3.3)_{2,3} \equiv 3_{2,3}$, das spielt allerdings keine Rolle, denn nach Toth (2009e) werden ja die tdP als Objektskonstanten, die ttP aber als Subjektsvariablen eingeführt, und die Subjekte sind es ja, welche die Kontexturen determinieren.

Bibliographie

Kaehr, Rudolf, Category of glue II. http://www.thinkartlab.com/pkl/lola/Category%20Glue%20II/Category%20Glue%20II.html (2009)

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Kleine Peirce-Zahlen-Arithmetik. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009a

Toth, Alfred, Die quantitativ-qualitative Arithmetik der Peirce-Zahlen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009b

Toth, Alfred, Was ist überhaupt ein Zeichen? In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009c

Toth, Alfred, Die Erzeugung "irregulärer" Zeichenklassen durch reflektionale Trito-Systeme. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009d

Toth, Alfred, Zeichenklassen und Realitätsthematiken aus Dyaden I. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2009e

Semiotische Lateinische Quadrate II

(Die trichotomische Unterteilung der Triaden)

1. Wer sich je gefragt hat, warum es in der Bense-Semiotik aus $3^3 = 27$ möglichen Zeichenrelationen nur 10 Zeichenklassen gibt, wird belehrt, für die allgemeine Zeichenstruktur

ZR = (3.a 2.b 1.c)

gelte die Inklusionsrelation

$a \leq b \leq c$

ohne Formel und apodiktisch bei Walther 1979, S. 79. An sich ist aber bereits die Idee, Kategorien in „Zwischenkategorien" zu unterteilen absonderlich (Walther 1979, S. 49). Dieses Verfahren wurden später von Bense in der Grossen Matrix dahingehend weitergeführt, dass auch die „Zwischenkategorien" noch durch weitere „Zwischenkategorien" unterteilt wurden (z.B. Bense 1979, S. 102 ff.). Da die Kategorien jedoch ausdrücklich von Bense (1980) als Analoga zu den Ordnungszahlen eingeführt wurden und da, wie jeder weiss, Ordnungszahlen ganze Zahlen sind, impliziert die Idee von „Zwischenkategorien" einen arithmetischen Satz wie „Zwischen je zwei ganzen Zahlen liegt eine ganze Zahl" – was, wie ebenfalls fast alle wissen, ein schauerlicher Nonsens ist. Besonders schauerlich wird dieser Nonsens aber dann, wenn diese „Zwischenkategorien" formal durch kartesische Multiplikation hergestellt werden. D.h., ist es noch halbwegs verständlich, dass man die Idee von „Zwischenkategorien" z.B. durch Inklusionsbeziehungen wie

$1 \subset 2 \equiv 1.2$

$1 \subset 3 \equiv 1.3$

$2 \subset 3 \equiv 2.3$, usw.

zu legitimieren sucht, widersprechen „Produkte" wie

(2.1), (3.1), (3.2)

sogar der Inklusionsrelation, durch die das Zeichen ausdrücklich definiert wird (Bense 1979, S. 53, 67). Falls man 1, 2, 3 wirklich als Relationen auffasst, dann würde darüber hinaus ein Gebilde wie (3.1) bedeuten, dass eine 1-stellige Relation imstande ist, sich mit einer 3-stelligen zu verbinden, was natürlich gegen die Valenz der Relata und damit gegen die primitivsten Grundlagen der Relationentheorie verstösst.

2. Van den Boom (1981) hat darüber hinaus gezeigt, dass die von Peirce tatsächlich avisierte Zeichenrelation die Ordnung

$ZR = (O \rightarrow I \rightarrow M)$

aufweist. Damit fällt aber bei einer zugrunde zu legenden Struktur

ZR = (2.a 3.b 1.c)

eine Inklusionsbeschränkung $a \leq b \leq c$ weg, da nicht einzusehen ist, warum sich z.B. a = 3, d.h. eine Drittheit einer Zweitheit nicht z.B. mit b = 1, d.h. einer Erstheit einer Drittheit verbinden darf, usw. Es erhebt sich daher die Frage, ob man einfach alle 27 Kombinationen zulassen soll oder ob es innersemiotische, d.h. nicht von aussen aufoktroyierte (und somit für Semiotik a prori nichtssagende) Restriktionen gibt.

3. Hier möchte ich versuchsweise an die in Toth (2009) eingeführten „trichotomischen Klassenverbände“ anknüpfen. Diese basieren auf den entsprechend den 6 möglichen Permutationen der drei Fundamentalkategorien möglichen 6 semiotischen lateinischen Quadrate:

1	2	3		1	3	2
2	3	1		3	2	1
3	1	2		2	1	3

2	1	3		2	3	1
1	3	2		3	1	2
3	2	1		1	2	3

3	1	2		3	2	1
1	2	3		2	1	3
2	3	1		1	2	3

Man kann nun z.B. in jedem Quadrat die erste Zeile = M, die zweite Zeile = O und die dritte Zeile = I setzen. Da man die trichotomischen Klassenverbände wie folgt interpretieren kann

$$\begin{array}{ccccc} 3 & \subset & 1 & \subset & 2 \\ \cap & & \cap & & \cap \\ 1 & \subset & 2 & \subset & 3 \\ \cap & & \cap & & \cap \\ 2 & \subset & 3 & \subset & 1 \end{array}$$

versuchen wir nun klassenlogische Zeichen der abstrakten Form

ZK = (M, (M $\subset$ O), (M $\subset$ O $\subset$ I))

zu konstruieren:

1	2	3		1	3	2
2	3	1		3	2	1
3	1	2		2	1	3

ZK = (((1, 2, 3), (1, 2, 3) $\subset$ (2, 3, 1)), (1, 2, 3) $\subset$ (2, 3, 1) $\subset$ (3, 1, 2))

ZK = (((1, 3, 2), (1, 3, 2) $\subset$ (3, 2, 1)), (1, 3, 2) $\subset$ (3, 2, 1) $\subset$ (2, 1, 3))

2	1	3		2	3	1
1	3	2		3	1	2
3	2	1		1	2	3

ZK = (((2, 1, 3), (2, 1, 3) ⊂ (1, 3, 2)), (2, 1, 3) ⊂ (1, 3, 2) ⊂ (3, 2, 1))

ZK = (((2, 3, 1), (2, 3, 1) ⊂ (3, 1, 2)), (2, 3, 1) ⊂ (3, 1, 2) ⊂ (1, 2, 3))

3	1	2		3	2	1
1	2	3		2	1	3
2	3	1		1	2	3

ZK = (((3, 1, 2), (3, 1, 2) ⊂ (1, 2, 3)), (3, 1, 2) ⊂ (1, 2, 3) ⊂ (2, 3, 1))

ZK = (((3, 2, 1), (3, 2, 1) ⊂ (2, 1, 3)), (3, 2, 1) ⊂ (2, 1, 3) ⊂ (1, 2, 3))

Relationentheoretisch aufgefasst sind die 6 Mengen

ZK = (((1, 2, 3), (1, 2, 3) ⊂ (2, 3, 1)), (1, 2, 3) ⊂ (2, 3, 1) ⊂ (3, 1, 2))

ZK = (((1, 3, 2), (1, 3, 2) ⊂ (3, 2, 1)), (1, 3, 2) ⊂ (3, 2, 1) ⊂ (2, 1, 3))

ZK = (((2, 1, 3), (2, 1, 3) ⊂ (1, 3, 2)), (2, 1, 3) ⊂ (1, 3, 2) ⊂ (3, 2, 1))

ZK = (((2, 3, 1), (2, 3, 1) ⊂ (3, 1, 2)), (2, 3, 1) ⊂ (3, 1, 2) ⊂ (1, 2, 3))

ZK = (((3, 1, 2), (3, 1, 2) ⊂ (1, 2, 3)), (3, 1, 2) ⊂ (1, 2, 3) ⊂ (2, 3, 1))

ZK = (((3, 2, 1), (3, 2, 1) ⊂ (2, 1, 3)), (3, 2, 1) ⊂ (2, 1, 3) ⊂ (1, 2, 3))

Mengen von Mengen und Mengen von Abbildungen, insofern natürlich wie üblich ⊂ und → austauschbar sind. Da bei der Abbildung irgendwelcher Permutationen einer Menge (x, y, z) auf eine Permutation von sich selbst die kartesischen Produkte herauskommen, bekommen wir also für alle

℘(x, y, z) → ℘(x, y, z) = (<xx>, <yy>, <zz>, <xy>, <xz>, <yx>, <yz>, <zx>, <zy>)

Jedes ZK stellt daher die Menge

<u>ZK</u> = ((x, y, z) → (<xx>, <yy>, <zz>, <xy>, <xz>, <yx>, <yz>, <zx>, <zy>),

d.h. die Menge aller Tripel dar, die bei der Abbildung der Tripel der monadischen Primzeichen auf die Menge der dyadischen Subzeichen entstehen, dar. Das ist also genau die Menge der 3 mal 27 = 81 Subzeichen des Stiebingschen Zeichenkubus (vgl. Stiebing 1978, S. 77). Jedes Subzeichen ist damit eine triadische Relation, und will man aus diesen „Dyaden" Triaden bilden, so fügt man sie einfach zusammen. Es gibt hier keine „Zwischenkategorien" und von ihnen her motivierbare „Ordnungsrestriktionen", sondern die Kombinationsmöglichkeiten von Triaden sind innerhalb der Menge der Subzeichen realisiert. Ferner gibt es auch keine Notwendigkeit der Einführung von Trichotomien.

Bibliographie

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Die Einführung der Primzeichen. In: Ars Semeiotica III/3, 1980

Toth, Alfred, Semiotische Lateinische Quadrate I. (Trichotomische Klasenverbände)

van den Boom, Holger, Die Ursprünge der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zeitschrift für Semiotik 3, 1981

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl.. Stuttgart 1979

Realitätstestung anhand von strukturellen Realitäten

1. Realitätstestung anhand von Realitätsthematiken meint natürlich nicht, dass man das semiotische Universum verlässt. Dieses ist ja, auch wenn Peirce meines Wissens diesen Begriff nicht gebraucht, im Sinne der Physik ein abgeschlossenes und daher gewissermassen determiniertes Universum (Toth 2010a). Allerdings wurde in Toth (2010b) gezeigt, dass nur das Teilsystem der Realiätsthematiken streng determiniert ist, weil nur es in jeder seiner Realitätsthematiken durch mindestens ein Subzeichen mit seinen Dualisationen und Inversionen (Permutationen, Transpositionen) verbunden ist. Demgegenüber beweist schon ein sehr einfaches Beispiel, das Zeichenklassen-Paar (3.1 2.1 1.1) / (3.2 2.2 1.2), dass nicht alle Zeichenklassen durch mindestens ein Subzeichen miteinander verbunden sind, d.h. das Teilsystem der Zeichenklassen ist nicht (streng) determiniert.

2. Umso mehr muss man natürlich alle strukturellen Mittel nutzen, welche das Teilsystem der Realitätsthematiken bietet, um die Zeichen, klassiert in Zeichenklassen, durch die durch sie selbst vermittelten Realitäten zu prüfen. Eine bisher nicht benutzte Eigenschaft sind die strukturellen Realitäten. Mit Ausnahme der eigenrealen Zeichenklasse und der kategorienrealen Realitätsklasse präsentiert ja jede Realitätsthematik eine strukturelle oder entitätische Realität, welche eine der beiden Strukturen

$(A, B) \rightarrow C$

$C \leftarrow (A, B)$

aufweist, wobei die in Klammern gesetzten Subzeichen thematisierend, das nicht-eingeklammerte thematisiert ist.

Obwohl diese Tabelle sattsam bekannt ist, gebe ich hier nochmals die Übersicht über die 10 Peirceschen Dualsysteme zusammen mit ihren strukturellen Realitäten:

$(3.1\ 2.1\ 1.1) \times (1.1\ 1.2\ 1.3)$ M-them. M

$(3.1\ 2.1\ 1.2) \times (2.1\ 1.2\ 1.3)$ M-them. O

$(3.1\ 2.1\ 1.3) \times (3.1\ 1.2\ 1.3)$ M-them. I

$(3.1\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 1.3)$ O-them. M

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 1.3)$ ER

$(3.1\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 1.3)$ I-them. M

$(3.2\ 2.2\ 1.2) \times (2.1\ 2.2\ 2.3)$ O-them. O

$(3.2\ 2.2\ 1.3) \times (3.1\ 2.2\ 2.3)$ O-them. I

$(3.2\ 2.3\ 1.3) \times (3.2\ 3.2\ 2.3)$ I-them. O

$(3.3\ 2.3\ 1.3) \times (3.1\ 3.2\ 3.3)$ I-them. I

3. Man fragt sich allerdings, ob die strukturellen Realitäten im Hinblick auf Realitätstestung wirklich genügen. Wir können uns nämlich, von der triadischen eigenrealen dreifachen Thematisierung abgesehen pro Fundamentalkategorie jeweils sechs Thematisationsstrukturen vorstellen, von denen die zwei effektiv auftretenden strukturelle Fragmente sind:

1. $(A, B) \rightarrow C$

2. $*(B, A) \rightarrow C$

3. $C \leftarrow (A, B)$

4. $*C \leftarrow (B, A)$

5. $*A \leftrightarrow C \leftrightarrow B$

6. $*B \leftrightarrow C \leftrightarrow A$,

wobei die gestirnten Typen im Peirceschen System nicht auftreten. Nun ist natürlich das Peircesche System selbst ein strukturelles Fragment von $3^3 = 27$ Dualsystemen, d.h. die fehlenden Typen finden sich unter den $27 \setminus 10 = 17$ „komplementären“ Zeichenklassen und Realitätsthematiken. Da die

Zeichenklassen eine theoretisch unendlich grosse Menge von Zeichen klassifizieren, kann man sich fragen, ob sich wirklich die Anzahl der Realitätsthematiken nach der Anzahl der Zeichenklassen (via Dualisation) richten muss, oder ob man nicht Zeichenklassen anhand der auf einem triadischen Grundschema 6 möglichen Thematisationstypen von den entsprechenden Realitätsthematiken ableiten sollte, d.h. die Anzahl der Zeichenklassen nach der Anzahl der so gewonnenen Realitätsthematiken richten sollte.

Bibliographie

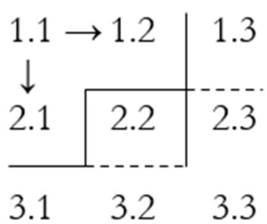
Toth, Alfred, Der „Realitätstest“ der Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010a

Toth, Alfred, Schwache vs. starke Determination in semiotischen Systemen. In: Electronic Journal of Mathematical Semiotics, 2010b

Reguläre und irreguläre Zeichenklassen aus Repräsentationsfeldern

1. Unter einem Repräsentationsfeld wird nach Toth (2010a, b) die Menge aller Subzeichen der Formen (a±1.b) (a.b±1) eines Subzeichens (a.b) sowie dieses Subzeichen selbst verstanden. Z.B. ist das Repräsentationsfeld von (1.1), wie man aus der semiotischen Matrix leicht abliest: {(1.1), (1.2), (2.1)}, nicht jedoch (2.2), da dieses die Form (a±1.b±1) hat (Diagonalität lässt sich durch 2 Schritte – einen triadischen und einen trichotomischen – ersetzen). Im folgenden wollen wir schauen, ob man mit Hilfe von Repräsentationsfelder auch Zeichenklassen erzeugen kann, und welche davon regulär sind, d.h. dem Peirceschen Zehnersystem angehören.

2.1. RepF(1.1)



RepF1 (1.1) = {((1.1), (1.2), (2.1)}

RepF2 (1.1) = {(3.1), (2.2), (1.3)}

RepF3 (1.1) = {(2.3), (3.2), (3.3)}

RepF2 = eigenreale Zeichenklasse, d.h. Nebendiagonale der semiotischen Matrix. Mit Hilfe von RepF1 und RepF2 kann man konstruieren

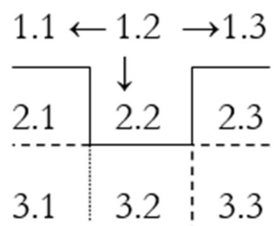
2.1

3.2 1.2

3.3 2.3 1.1,

wobei für die Kombinationen hier und im folgenden natürlich (3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ c gilt.

2.2. RepF(1.2)



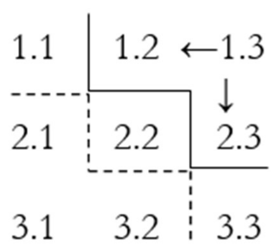
RepF1 (1.2) = {(1.1), (1.2), (1.3), (2.2)}

RepF2 (1.2) = {(2.1), (2.3), (3.2)}

RepF3 (1.2) = {(3.1), (3.3)}

Mit Hilfe von RepF1,2,3 kann man sämtliche 10 Zkln (sowie die 17 irregulären) kostruieren, da alle 9 Subzeichen zur Verfügung stehen.

2.3. RepF(1.3)



RepF1 (1.3) = {(1.2), (1.3), (2.3)}

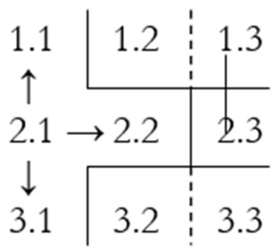
RepF2 (1.3) = {(1.1), (2.2), (3.3)}

RepF3 (1.3) = {(2.1), (3.1), (3.2)}

RepF2 = Kategorienreale Zeichenrelation, d.h. Hautpdiagonale der Matrix. Mit Hilfe von RepF1 und RepF3 kann man konstruieren:

3.1	2.1	1.1
3.2	2.2	
3.3		

2.4. RepF(2.1)



RepF1 (2.1) = {(1.1), (2.1), (2.2), (3.1)}

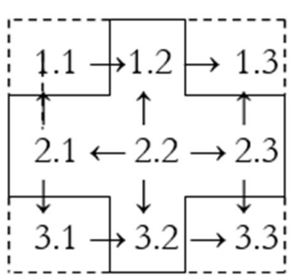
RepF2 (2.1) = {(1.2), (2.3), (3.2)}

RepF3 (2.1) = {(1.3), (3.3)}

RepF2 ist eine irreguläre Zeichenklasse (3.2 2.3 1.2). Mit Hilfe von RepF1 und RepF3 kann man konstruieren:

3.1	2.1	1.1.
	2.2	
3.3		1.3

2.5. RepF(2.2)

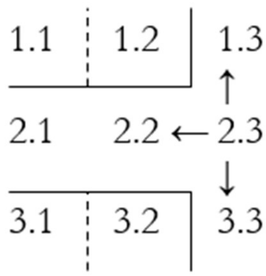


RepF1 (2.2) = {(1.2), (2.1), (2.2), (2.3), (3.2)}

RepF2 (2.2) = {(1.1), (1.3), (3.1), (3.3)}

Nimmt man RepF1 und RepF2 zusammen, so lassen sich wiederum sämtliche 27 = 10 + 17 Zeichenklassen verweden.

2.6. RepF(2.3)



RepF1 (2.3) = {(1.3), (2.2), (2.3), (3.3)}

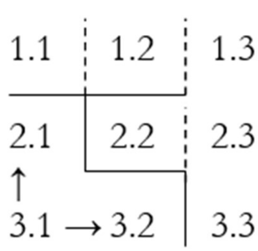
RepF2 (2.3) = {(1.2), (2.1), (3.2)}

RepF3 (2.3) = {(1.1), 3.1)

RepF2 ist die irreguläre Zkl (3.2 2.1 1.2). Mit Hilfe von RepF1,3 lassen sich konstruieren

3.1		1.1
	2.2	
3.3	2.3	1.3

2.7. RepF(3.1)



RepF1 (3.1) = {(2.1), (3.1), (3.2)}

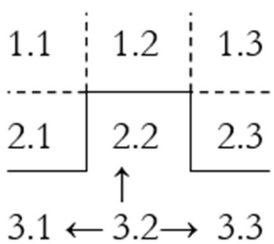
RepF2 (3.1) = {(1.1), (2.2), (3.3)}

RepF3 (3.1) = {(1.2), (1.3), (2.3)}

RepF2 = KR. Es lassen sich mit RepF1,3 konstruieren:

3.1	2.1	
3.2		1.2
	2.3	1.3

2.8. RepF(3.2)



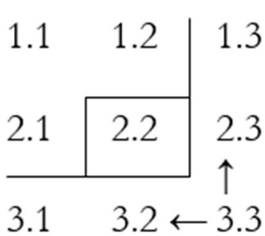
RepF1 (3.2) = {(2.2), (3.1), (3.2), (3.3)}

RepF2 (3.2) = {(1.2), (2.1), (1.3)}

RepF3 (3.2) = {(1.1), (1.3)}

Es lassen sich natürlich alle 27 Zeichenrelationen konstruieren.

2.9. RepF(3.3)



RepF1 (3.3) = {(2.3), (3.2), (3.3)}

RepF2 (3.3) = {(3.1), (2.2), (1.3)}

RepF3 (3.3) = {(1.1), (1.2), (2.1)}

Da RepF2 = ER, kann man mit RepF1,3 konstruieren:

	2.1	1.1
3.2		1.2
3.3	2.3	

Nicht nur sind also bei denjenigen RepF, aus denen nicht alle 27 Zeichenrelationen gebildet werden können, die Mengen der konstruierbaren Zeichenklassen verschieden, sondern ebenfalls die unvollständigen Matrizen, aus denen sie konstruiert werden.

Bibliographie

Toth, Alfred, Maria Braun und die Reichweite der Repräsentation. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010a

Toth, Alfred, Zusammenhängende und nicht-zusammenhängende Repräsentationsfelder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010b

Zeichenklassen als Definitionen von Kategorienfeldern

1. Mit den in Toth (2010) eingeführten kategorialen Repräsentationsfeldern bzw. Kategorienfeldern kann man jede der 10 Peirceschen und der 17 „irregulären" Zeichenklassen und Realitätsthematiken mit Hilfe einer „semiotischen Feld-gleichung" darstellen, welche die abstrakten semiotischen Strukturen sowie deren konkrete Belegungen gleichzeitig sichbar machen, während die dies z.B. bei der numerischen Darstellung von Repräsentationsschemata nicht der Fall ist:

(3.1 2.1 1.3) Ξ

$[B^{\circ}_{id1}, A^{\circ}_{\beta\alpha}]$.

Anhand von Kategorienfeldern sieht man z.B., dass Zeichenklassen in der „kanonischen" Ordnung (I → O → M) ein kategoriales „Gerüst"

$[B^{\circ}, A^{\circ}]$,

haben, wobei jeder Morphismus mit einem Element der Menge {idx, A, B} indiziert wird, mit $x \in \{1, 2, 3\}$, und wo ferner kategoriale Komposition und Inversion definiert sind. Sehr einfach gesagt, könnte man also sagen, das Zeichen sei ein indiziertes Paar von Morphismen, die aufeinander abgebildet werden, wobei die beiden Abbildungen zu triadischen Relationen konkateniert werden. Die Basis des Zeichens ist also die dyadische und nicht die triadische Relation, dem Theorem von Schröder folgend und dasjenige von Peirce ablehnend. Damit verbitten sich auch Parallelen zwischen dem Zeichen und ternären Relationen wie etwa dem Verb „schenken". Wesentlich beim Zeichen ist ja, dass ein Objekt A die Stelle eines Objektes B ein einnimt (substituiert, repräsentiert, abbildet, indiziert, symbolisiert usw.) und nicht dass jemand bzw. etwas mit etwas anderem affiziert wird. Wäre das Zeichen wirklich eine triadische Relation, dann wäre nicht einzusehen, warum nicht z.B. M das Zeichen selbst, O das externe bezeichnete Objekt und I der Interpret sein könnte, der durch die Zeichensetzung der kontexturalen Abgrund zwischen M und O überbrücken könnte. Ein solches Zeichen wäre aber nicht mehr substitutiv (einfach deshalb, weil sich „Zeichen" und „Objekt" durch kein Merkmal mehr unterscheiden liessen, d.h. logische Existenz nicht mehr definierbar wäre), sondern sie bestünde z.B. darin, einem Du Introspektion in ein Ich und umgekehrt zu erlauben. Das Mittel würde das Apriori des Objektes freilegen und umgekehrt. Umgekehrt wird mit dyadischen Zeichen gerade der kontexturale Abstand zwischen substituierendem Zeichen und substituiertem Objekt aufgerichtet. Im Grunde folgt aus all dem also, dass sich nicht nur die informelle Auffassung des Zeichens nur mit einem dyadischen Zeichenbegriff verträgt, sondern dass auch die wesentliche erkenntnistheoretische Differenz zwischen Zeichen und Objekt gerade durch die getrennte Etablierung zweier Dyaden geschaffen und später durch deren Konkatenierung zu einer Triade kanonisiert wird. Genau genommen, ist also der kontexturale Abstand zwischen Zeichen und Objekt nicht vorgegeben. (Wie könnte er es sein, da das Zeichen selbst ja ebenfalls nicht vorgegeben ist?!) Sondern die Existenz einer Kontextur ergibt sich durch die Verdoppelung eines Objektes A durch ein Objekt B, das jedoch mit diesem nie identisch sein kann. Der kontexturale Abstand zwischen einem Zeichen und seinem Objekt ist somit die doppelte Differenz zwischen dem bezeichnenden Zeichen und seinem Objekt einerseits

$M \rightarrow O$

und dem bezeichneten Objekt und seiner Substitutionsfunktion

$O \rightarrow I$

anderseits, die Kontexturgrenze selbst kann somit durch

$(M \rightarrow O) \vdots (O \rightarrow I)$

dargestellt werden. Solange also die beiden Dyaden nicht zu einer Triade konkateniert werden, gibt es auch keine kontexturelle Grenze; eine solche wird aber durch die Konkatenierung gleichzeitig erhoben und in die Zeichenrelation integriert:

$ZR = ((M \rightarrow O), (O \rightarrow I)) = (M \rightarrow O \rightarrow I).$

2. Zunächst kann man nun die sogenannten homogenen Zeichenklassen, worunter die drei Zeichenklassen mit vollständigen Realitätsthematisationen (M, O, I) verstanden werden, definieren als kategoriale Dyaden mit einheitlicher Gerichtetheit:

$(3.1\ 2.1\ 1.1) \qquad \Xi \qquad [B^{\circ}, A^{\circ}]_{id1}$

$(3.2\ 2.2\ 1.2) \quad \Xi \quad [B^{\circ}, A^{\circ}]_{id2}$

$(3.3\ 2.3\ 1.3) \quad \Xi \quad [B^{\circ}, A^{\circ}]_{id3}$

Die beiden eigenrealen Zeichenklassen (Bense 1992 unterscheidet „stärkere“ und „schwächere“ ER)

$(3.1\ 2.2\ 1.3) \quad \Xi \quad [B^{\circ}_{\alpha}, A^{\circ}_{\beta}]$

$(3.3\ 2.2\ 1.1) \quad \Xi \quad [B^{\circ}_{\beta^{\circ}}, A^{\circ}_{\alpha^{\circ}}]$

lassen sich demnach dadurch definieren, dass bei der „stärkeren“ ER die Gerichtetheit den Kategorien entspricht, aber chiastisch distribuiert ist, während bei der „schwächeren“ ER jede Kategorie eine mit ihr identische Gerichtetheit besitzt.

Bei den verbleibenden 6 fremdrealen Zeichenklassen ergibt sich, wie eingangs bemerkt, die Indizierung als Element aus der Menge {idx, α, β} mit Inversion und Komposition. Die Restriktion $a \leq b \leq c$ auf (3.a 2.b 1.c) und die damit verbundene Reduktion der 27 möglichen auf 10 „reguläre“ Zeichenklassen bewirkt, dass die Indizes nur der Menge {id1/2/3, α, β, $\beta\alpha$} entstammen können, d.h. Inversion und komponierte Inversion findet sich nur in der Komplementärmengeder 27\10 Zeichenrelationen:

$(3.1\ 2.1\ 1.2) \quad \Xi \quad [B^{\circ}_{id1}, A^{\circ}_{\alpha}]$

$(3.1\ 2.1\ 1.3) \quad \Xi \quad [B^{\circ}_{id}, A^{\circ}_{\beta\alpha}]$

$(3.1\ 2.2\ 1.2) \quad \Xi \quad [B^{\circ}_{\alpha}, A^{\circ}_{id2}]$

$(3.1\ 2.3\ 1.3) \quad \Xi \quad [B^{\circ}_{\beta\alpha}, A^{\circ}_{id3}]$

$(3.2\ 2.2\ 1.3) \quad \Xi \quad [B^{\circ}_{id2}, A^{\circ}_{\beta}]$

$(3.2\ 2.3\ 1.3) \quad \Xi \quad [B^{\circ}_{\beta}, A^{\circ}_{id3}]$

3. Nun hatten wir oben erwähnt, dass die Definition der Zeichenrelation durch die Ordnung ($I \rightarrow O \rightarrow M$) „kanonisch“ sei; sie entspricht der „Pragmatischen Maxime“ von Peirce, bei der der Interpretant immer zuerst kommt. Dennoch darf man in Frage stellen, ob diese Ordnung, die der Aussage „Jemand

substituiert/repräsentiert ein Objekt durch ein Mittel“ wirklich die einzig mögliche ist. Man dürfte wohl sogar soweit gehen, ihre Richtigkeit in Frage zu stellen, denn sie wird verraten durch das Verb „substituieren“, das ein Hysteron-Proteron impliziert. Wenn ich sage: Ich substituiere A und B, dann bedeutet das, dass zunächst B vorgegeben ist und ich es durch A ersetzen, d.h. (A → B) bedeutet (B → A). Wie nun auch weitere Formulierungen beweisen, haben wir absolut keine Probleme, für alle 6 möglichen Permutationen der triadischen Zeichenrelation Aussageformen (und Aussagen) zu finden, die für die Einführung eines Zeichens befriedigend sind:

(I → M → O):	Jemand selektiert ein Mittel für ein Objekt. (Das ist sogar die gängige Formulierung in allen Büchern Benses.)
(O → I → M):	Ein Objekt wird durch jemanden mittels eines Mittels ersetzt. Das hier angewandte HP ist um nichts schlechter als das oben bei der Ordnung (I → O → M) angewandte.
(O → M → I):	Ein Objekt wird durch ein Mittel für einen Interpretanten ersetzt.
(M → I → O):	Ein Mittel dient einem Interpretanten (zur Bezeichnung) für ein Objekt.
(M → O → I):	Ein Mittel substituiert (wird zugeordnet) ein(em) Objekt für einen Interpretanten.

Dass somit alle 3! = 6 Permutationen von ZR = (M,O, I) erlaubt sind, hat nun zur Konsequenz, dass das oben für ZR =(I, O, M) angegebene kategoriale Schema

ZR = [B˚, A˚]

natürlich nur ein Sonderfall von 6 möglichen kategorialen Schemata darstellt. Die übrigen 5 sind:

[A˚ B˚, A], [B, A˚B˚], [A˚, BA], [B, A˚B˚], [B˚, BA].

Trotzdem lässt sich unsere obige abstrakte Definition, das Zeichen sei ein indiziertes Paar von Morphismen, welche aufeinander abgebildet werden, wobei die beiden Abbildungen zu triadischen Relationen konkateniert werden, aufrecht erhalten. Als Zusatzbedingung kann man somit noch erwähnen, dass höchstens einer der beiden Morphismen invers sein darf. Wenn man sich also daran erinnert, wie von Foerster vor der New Yorker Akademie die Güntherschen Kenogramme erklärt hatte, nämlich indem er sie als inverse logische Funktionen einführte (vgl. Günther/von Foerster 1967), dann sehen wir, dass das Zeichen auf seiner abstraktest möglichen Ebene definierbar ist als kategoriales Schema aus einer semiotischen Funktion und einer ihr inversen komplementären semiotischen Funktion. Bereits die Dyade trägt also die Spur der Kontexturgrenze in sich, die dann bei der Komnkatenation zweier Dyaden zu einer Triade etabliert und in die Zeichenrelation integriert wird.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Günther, Gotthard/von Foerster, Heinz, The logic structure of evlution and emanation. In Annals of the New York Academie of Scences 138, 1967, S. 874-891

Toth, Alfred, Kategoriale Redefinition der Repräsentationsfelder. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Die abstrakteste Definition des Zeichens

1. Nach Peirce wird das Zeichen bekanntlich als triadische Relation wie folgt definiert:

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c $\in$ {.1, .2, .3},

wobei die Belegung der a, b, c besagt, dass das Zeichen nicht nur eine triadische, sondern zugleich eine trichotomische Relation ist und dass die triadischen und die trichotomischen Werte bis auf die "Stelligkeit" (d.h. a. vs. .a) identisch sind. Peirce mutet uns hier also die Monstrosität gespaltener und heterogen wieder zusammengesetzter Kategorien zu (z.B. MO, MI, IM, IO, usw.). Gibt es wirklich eine Bruchrechnung für Kategorien? Der definierte Unterschied zwischen MO und OM (vgl. ½ vs. 2/1) lässt das vermuten. Mit dem, was üblicherweise in der Geschichte der Philosophie unter Kategorien verstanden wird, hat das jedenfalls nichts zu tun.

Damit sind aber noch nicht alle Harmhaftigkeiten aufgezählt, die unter der obigen Definition verborgen sind. Diese gilt nämlich nur in der aufgezählten rückschreitenden Abfolge der Kategorien, d.h. Peirce behauptet, in der Semiotik werde 3 → 2 → 1 gezählt. Allein, die umgekehrte Reihenfolge bei den dualen Realitätsthematiken 1 → 2 → 3, die Reihenfolge bei Kommunikationsschemata (I → M → O) und bei Kreationsschemata (I → M → O bzw. M → I → O) und ihre jeweiligen dualisierten Realitätsthematiken deuten darauf hin, dass sämtliche 6 permutierten Ordnungen semiotisch relevant sind.

Doch auch damit sind wir noch nicht zuende. Als weitere selbstverständlich vorausgesetze Bedingung gilt nämlich, dass die triadischen Werte paarweise verschieden sein müssen; damit werden Relationen wie *(3.1 3.2 1.2), *(3.1 2.2 2.1 1.3), *(3.1 2.1 1.1 1.2) usw. ausgeschlossen. Allerdings gilt diese Restriktion merkwürdigerweise nicht für die Realitätsthematiken, denn dort werden rekurrente Subzeichen benutzt, um Thematisate im Rahmen der strukturellen Realitäten zu definieren. Ja, die ganze semiotische Realitätentheorie, um die sich der späteste Bense gekümmert hatte, basiert gerade darauf, dass in Realitätsthematiken mindestens zwei Subzeichen demselben Hauptbezug angehören (daraus folgt übrigens auch, dass Realitätsthematiken dyadisch oder monadisch, aber nicht triadisch sind). Auch diese – wie alle bereits besprochenen Restriktionen und Limitationen – sind aber keineswegs semiotisch oder mathematisch, d.h. „von innen" her bedingt. Denn nichts spricht z.B. gegen die Annahme von 2 Interpretanten in einer Zeichenrelation – nämlich als Sender und Empfänger eines Kommunikationsschemas. Dass das Objekt als „Sender" diene, wie es z.B. bei Bense (1971, S. 40) steht, glaubt doch wohl höchstens ein Vertreter der Eidolon-Theorie. Ferner: Wenn ein Objekt imstande ist, Signale auszusenden, dann ist es entweder Subjekt oder zugleich Subjekt (d.h. subjektives Objekt oder objektives Subjekt).

Wie man aus dieser letzteren Einschränkung ersieht, verbirgt sich hinter ihr also noch eine weitere Limitation: Die ebenfalls stillschweigend vorausgesetzte, bereits bei Schröder als falsch bewiesene und trotzdem von Peirce (und später Marty) „bewiesene" Behauptung, Zeichen müssten triadisch sein, da alle höheren Relationen sich auf Triaden, aber nicht weiter auf Dyaden oder Monaden reduzieren liessen. Dass das klar falsch ist, hätte man sogar in Stuttgart bemerken müssen, denn Walther konstruiert in ihrer „Allgemeinen Zeichenlehre" die triadischen Zeichenklassen aus konkatenierten Dyaden (1979, S. 79), was vollkommen richtig ist und wie so viele weitere Argumente beweist, dass die basale Zeichenrelation eben dyadisch und nicht triadisch ist.

Man glaubt also kaum, wie viele Restriktionen hinter der unschuldig aussehenden Definition ZR = (3.a 2.b 1.c) verstecken. Indessen, es gibt noch eine weitere Einschränkung, und sie garantiert das, was man in Stuttgart früher fälschlich „semiotische Wohlordnung" genannt hat: $a \leq b \leq c$. Damit werden Zeichenrelationen der Form *(3.1 2.2 1.1), *(3.2 2.3 1.2), aber leider auch die tatsächlich existierende – und zwar als Hauptdiagonale der semiotischen Matrix unangreifbare – Kategorienklasse (3.3 2.2 1.1) ausgeschlossen. Insgesamt wird durch diese Inklusionsordnung die Menge der kombinatorisch möglichen 3 hoch 3 = 27 Zeichenklassen auf nur 10 eingeschränkt und darum zum Ärger der Stuttgarter Semiotik gleich auch noch eine Partition von 10 / 17 „komplementären" Zeichenklassen definiert.

2. Die im Titel angekündigte abstrakteste Definition des Zeichens muss natürlich mit dem Krimskrams der von aussen herangetragenen Restriktionen und Konditionen abfahren. Wie in Toth (2010) gezeigt, kann man zu jedem Subzeichen sein entsprechendes Repräsentationsfeld, d.h. die Menge der unmittelbaren und mittelbaren topologischen Umgebungen, bilden und ferner das Repräentationsfeld selbst als „Kategorienfeld“ definieren. Dann hat gemäss der Anzahl der Permutationen der triadischen Peirceschen Zeichenrelation jede Dyaden, aus deren Paaren sie konkateniert ist, eine der folgenden sechs Formen:

$[B^\circ, A^\circ]$

$[A^\circ B^\circ, A]$

$[B, A^\circ B^\circ]$

$[A^\circ, BA]$

$[B, A^\circ B^\circ]$

$[B^\circ, BA]$

Wie man also erkennt, ist ein Elementarzeichen eine dyadische Relation, d.h. ein Paar von Morphismen, von denen mindestens einer invers sein muss. (Zwei inverse Morphismen sind nur dann möglich, wenn kein Morphismus komponiert ist.) Hat ein komponierter Morphismus M die Form [MN, M], dann hat sein komponierter „Zwillingsmorphismus“ nicht die Form [M, MN], sondern [N, MN], d.h. die Position eines Morphismus ist relevant.

Aus diesen 6 Basiszeichen können nun durch Konkatenation triadische Zeichenklassen konstruiert werden, wobei die einzelnen Dyaden durch eine Mengenfamilie von „Spuren“ von Kategorien indiziert werden, z.B.

$[B^\circ, A^\circ]_{id3} = (3.3\ 2.3\ 1.3)$

$[A^\circ B^\circ_\alpha, A_\beta] = (3.1\ 1.2\ 2.3)$

$[B_{\beta^\circ}, A^\circ B^\circ_{\alpha^\circ}] = (2.3\ 3.2\ 1.1)$, wie man erkennt, sind inverse Spuren reserviert für die 17 „komplementären", d.h. nicht der Inklusionsordnung $a \leq b \leq c$ folgenden Zeichenrelationen bzw. „irregulären" Zeichenklassen.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Toth, Alfred, Zeichenklassen als Definitionen von Kategorienfeldern. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2010

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Die Verteilung der drei Fundamentalwissenschaften Mathematik, Logik und Semiotik in den thematisierten Realitäten des triadischen semiotischen Maximalsystems

1. Aus der triadischen Relation über der monadischen, der dyadischen und der triadischen Partialrelation der Peirceschen Zeichendefinition

ZR = (M, O, I)

kann man ein Maximalsystem von 3^3 = 27 triadischen Zeichenrelationen und ihren dualen Realitätsrelationen konstruieren, von dem die bekannten 10 Zeichenklassen und ihre 10 dualen Realitästhematiken eine Teilmenge darstellen, und zwar gefiltert durch die Ordnungsrelation a ≤ b≤ c über (3.a 2.b 1.c).

Nun hatte Bense (1980, S. 293) die „zeichenanaloge triadische Relation der ´Zahl´ wie folgt definiert

ZaR = R(Za(kard), Za(ord), Za(rel)),

d.h. die Semiotik, die über ZaR definiert ist, ist die einzige Fundamentalwissenschaft, welche sowohl über einen kardinalen, einen ordinalen und einen relationalen Zahlbegriff verfügt, am besten einsehbar anhand der selbstdualen Zeichenklasse

(3.1 2.2 1.3) × (3.1 2.2 1.3),

die mit ihrer Realitätsklasse identisch ist und als Thematsationsstruktur der Zahl und des Zeichens fungiert.

Nun ist nicht nur die primär kardinale Mathematik (Peano-Zahlen) auf dem Zahl-Begriff aufgebaut, sondern auch die Logik bedient sich des Zahlausschnittes (bzw. im quantenlogischen Falles: Intervalles) [0, 1], um ihre Wahrheitswerte zu klassifizieren bzw. als Funktionswertverteilungen darzustellen. In der binären Logik, die im aristotelischen Falle nur über zwei Werten operiert, steht daher nicht die kardinale Abzählbarkeit, sondern die ordinale Beziehung von Funktionswertverteilungen als geordnete Pattern von 0 und 1 im Vordergrund. Mathematik behandelt im wesentlichen die Kardinalität der Nachfolge, Logik die Ordinalität der Kombination. Ordinalität setzt aber Kardinalität voraus, wenigstens insofern, als der noch nicht in eine Ordnungsrelation eingespannte Zahlbegriff der unmarkierte darstellt. Kardinalzahlen sind als blosse Abzählzahlen also unmarkierter als Ordinalzahlen, wo der vorausgesetzte Abzählbarkeitsbegriff bereits zur Etablierung von Ordnungen dient (z.B. 1000 im Falle der logischen Konjunktion, während z.B. 0001 als Ordnungsschema der logischen Disjunktion dient, usw.).

Die Semiotik aber setzt, worauf Bense immer wieder hingewiesen hatte, nicht nur den Begriff der kardinalen und der ordinalen, sondern auch denjenigen der relationalen Zahl voraus, wie er v.a. in den Dyaden zum Ausdruck kommt, wo der Untrschied der Zahlenpaare (1.2) : (2.1) einerseits und (1.3) : (3.1) weder rein kardinal noch rein ordinal, sondern nur relational erklärbar ist. Grundsätzlich kann jede Peircezahl, d.h. jedes „Primzeichen“ (wie Bense sich etwas ungenau ausdrückte) sowohl als Kardinal-, Ordinal- als auch Relationszahl dienen.

2. Im folgenden zeige ich anhand des triadischen semiotischen Maximalsystems aller kombinatorischen möglichen 27 Zeichenrelationen, wie das Verhältnis kardinalen, ordinaler und relationaler, und das heisst also: mathematischer, logischer und semiotischer Bestimmungen in den von ihren Realitätsrelationen präsentierten strukturellen Realitäten zum Ausdruck kommt.

Zuerst gebe ich die zahlentheoretische Analyse:

3.1 2.1 1.1	×	1.1 1.2 1.3	ZA(KARD)<ZA(KARD)<ZA(KARD)
3.1 2.1 1.2	×	2.1 1.2 1.3	ZA(ORD)←ZA(KARD)<ZA(KARD)
3.1 2.1 1.3	×	3.1 1.2 1.3	ZA(REL)←ZA(KARD)<ZA(KARD)
3.1 2.2 1.1	×	1.1 2.2 1.3	ZA(KARD)→ZA(ORD)←ZA(KARD)
3.1 2.2 1.2	×	2.1 2.2 1.3	ZA(ORD)<ZA(ORD)→ZA(KARD)
3.1 2.2 1.3	×	3.1 2.2 1.3	ZA(REL)←ZA(ORD)→ZA(KARD)
3.1 2.3 1.1	×	1.1 3.2 1.3	ZA(KARD)→ZA(REL)←ZA(KARD)

3.1 2.3 1.2	×	2.1 3.2 1.3	ZA(ORD)←ZA(REL)→ZA(KARD)
3.1 2.3 1.3	×	3.1 3.2 1.3	ZA(REL)<ZA(REL)→ZA(KARD)
3.2 2.1 1.1	×	1.1 1.2 2.3	ZA(KARD)<ZA(KARD)→ZA(ORD)
3.2 2.1 1.2	×	2.1 1.2 2.3	ZA(ORD)→ZA(KARD)←ZA(ORD)
3.2 2.1 1.3	×	3.1 1.2 2.3	ZA(REL)←ZA(KARD)→ZA(ORD)
3.2 2.2 1.1	×	1.1 2.2 2.3	ZA(KARD)←ZA(ORD)<ZA(ORD)
3.2 2.2 1.2	×	2.1 2.2 2.3	ZA(ORD)←ZA(ORD)<ZA(ORD)
3.2 2.2 1.3	×	3.1 2.2 2.3	ZA(REL)←ZA(ORD)<ZA(ORD)
3.2 2.3 1.1	×	1.1 3.2 2.3	ZA(KARD)←ZA(REL)→ZA(ORD)
3.2 2.3 1.2	×	2.1 3.2 2.3	ZA(ORD)→ZA(REL)←ZA(ORD)
3.2 2.3 1.3	×	3.1 3.2 2.3	ZA(REL)<ZA(REL)→ZA(ORD)
3.3 2.1 1.1	×	1.1 1.2 3.3	ZA(KARD)<ZA(KARD)→ZA(REL)
3.3 2.1 1.2	×	2.1 1.2 3.3	ZA(ORD)←ZA(KARD)→ZA(REL)
3.3 2.1 1.3	×	3.1 1.2 3.3	ZA(REL)→ZA(KARD)←ZA(REL)
3.3 2.2 1.1	×	1.1 2.2 3.3	ZA(KARD)←ZA(ORD)→ZA(REL)
3.3 2.2 1.2	×	2.1 2.2 3.3	ZA(ORD)<ZA(ORD)←ZA(REL)
3.3 2.2 1.3	×	3.1 2.2 3.3	ZA(REL)→ZA(ORD)←ZA(REL)

3.3 2.3 1.1	×	1.1 3.2 3.3	ZA(KARD)←ZA(REL)<ZA(REL)
3.3 2.3 1.2	×	2.1 3.2 3.3	ZA(ORD)←ZA(REL)<ZA(REL)
3.3 2.3 1.3	×	3.1 3.2 3.3	ZA(REL)←ZA(REL)<ZA(REL)

In Übereinstimmung mit dem oben Gesagten können wir nun ersetzen:

Za(ord) → Log(ik)

Za(kard) → Math(ematik)

Za(rel) → Sem(iotik)

und erhalten dann

3.1 2.1 1.1	×	1.1 1.2 1.3	MATH < MATH < MATH
3.1 2.1 1.2	×	2.1 1.2 1.3	LOG ← MATH < MATH
3.1 2.1 1.3	×	3.1 1.2 1.3	SEM ← MATH < MATH

3.1 2.2 1.1	×	1.1 2.2 1.3	MATH → LOG ← MATH
3.1 2.2 1.2	×	2.1 2.2 1.3	LOG < LOG → MATH
3.1 2.2 1.3	×	3.1 2.2 1.3	SEM ← LOG → MATH

3.1 2.3 1.1	×	1.1 3.2 1.3	MATH → SEM ← MATH
3.1 2.3 1.2	×	2.1 3.2 1.3	LOG ← SEM → MATH
3.1 2.3 1.3	×	3.1 3.2 1.3	SEM < SEM → MATH

3.2 2.1 1.1	×	1.1 1.2 2.3	MATH < MATH → LOG
3.2 2.1 1.2	×	2.1 1.2 2.3	LOG → MATH ← LOG
3.2 2.1 1.3	×	3.1 1.2 2.3	SEM ← MATH → LOG

3.2 2.2 1.1	×	1.1 2.2 2.3	MATH ← LOG < LOG
3.2 2.2 1.2	×	2.1 2.2 2.3	LOG ← LOG < LOG
3.2 2.2 1.3	×	3.1 2.2 2.3	SEM ← LOG < LOG
3.2 2.3 1.1	×	1.1 3.2 2.3	MATH ← SEM → LOG
3.2 2.3 1.2	×	2.1 3.2 2.3	LOG → SEM ← LOG
3.2 2.3 1.3	×	3.1 3.2 2.3	SEM < SEM → LOG
3.3 2.1 1.1	×	1.1 1.2 3.3	MATH < MATH → SEM
3.3 2.1 1.2	×	2.1 1.2 3.3	LOG ← MATH → SEM
3.3 2.1 1.3	×	3.1 1.2 3.3	SEM → MATH ← SEM
3.3 2.2 1.1	×	1.1 2.2 3.3	MATH ← LOG → SEM
3.3 2.2 1.2	×	2.1 2.2 3.3	LOG < LOG ← SEM
3.3 2.2 1.3	×	3.1 2.2 3.3	SEM → LOG ← SEM
3.3 2.3 1.1	×	1.1 3.2 3.3	MATH ← SEM < SEM
3.3 2.3 1.2	×	2.1 3.2 3.3	LOG ← SEM < SEM
3.3 2.3 1.3	×	3.1 3.2 3.3	SEM ← SEM < SEM

Wir erhalten somit in Ergänzung zu Stiebing (1978) ein vollständiges wissenschaftstheoretisches Modell der maximalen möglichen Thematisationsstrukter der drei fundamentalen Wissenschaften Mathematik, Logik und Semiotik.

Bibliographie

Stiebing, Hans Michael, Zusammenfassungs- und Klassifikationsschemata von Wissenschaften und Theorien auf semiotischer und fundamentalkategorialer Basis. Diss. Stuttgart 1978

Die Semiotik als Theorie

1. In ihrem Aufsatz „Ist die Semiotik überhaupt eine Wissenschaft?" (1991) hat E. Walther die zur Beantwortung dieser Frage wichtige Teilfrage, ob die Semiotik überhaupt eine Theorie darstelle, ausgelassen. Diese Frage lässt sich mindestens mit Hilfe der Modelltheorie (deren Verwendung für die Semiotik Bense 1986, S. 129, explizit angeregt worden war) eindeutig beantworten.

2. **Definition:** Eine Menge S von Ausdrücken heisst ein Theorie gdw Cn(T) = T, d.h. wenn der auf T angewendete Hüllenoperator gerade die Menge dieser Ausdrücke erzeugt.

Satz: Ist eine Sprache Λ gegeben, dann gilt für beliebige Σ, Σ_1, Σ_2:

(1) $\Sigma \subset \mathrm{Cn}_\Lambda (\Sigma)$ (Extensivität)

(2) Wenn $\Sigma_1 \subset \Sigma_2$, so $\mathrm{Cn}_\Lambda (\Sigma_1) \subset \mathrm{Cn}_\Lambda (\Sigma_2)$ (Monotonie)

(3) $\mathrm{Cn}_\Lambda (\mathrm{Cn}_\Lambda(\Sigma)) \subset \mathrm{Cn}_\Lambda(\Sigma)$ (Abgeschlossenheit von Cn_Λ)

Wie man leicht zeigen kann (vgl. z.B. Schwabhäuser 1970, Bd. 1, S. 43 f.), ist eine Menge S von Ausdrücken also eine Theorie gdw sie widerspruchsfrei ist, was gleichbedeutend damit ist, dass S ein Modell besitzt.

Noch einfacher kann man eine Theorie modelltheoretisch dadurch definieren, dass man von der Erfüllungsrelation Erf ausgeht (z.B. Ebbinghaus et al. 1996, S. 187):

Definition: $S \subset \Lambda_0^T$ [die Menge aller Sätze der Sprache Λ, A.T.] heisst eine Theorie, wenn S erfüllbar ist und wenn jeder T-Satz, der aus S folgt, bereits zu S gehört.

3. Wie man weiss, besteht die semiotische Sprache Λ aus den monadischen Relationen S_1 = {.1., .2., .3.}, den dyadischen Relationen S_2 = {1.1, 1.2, 1.3, 2.1, 2.2, 2.3, 3.1, 3.2, 3.3} und den triadischen Relationen, wobei die 10 Peirceschen Zeichenklassen eine Teilmenge der 27 kombinatorisch möglichen triadischen Zeichenrelationen sind. Hieraus schliessen wir aber sofort:

Satz: Die Semiotik ist nur dann eine Theorie, wenn alle 3^3 = 27 Zeichenrelationen erfüllbar sind.

<u>Beweis:</u> Andernfalls erzeugt der Hüllenoperator Cn neben den 10 Peirceschen Zeichenklassen 17 weitere, die nicht zur Menge der Sätze von S gehören. ■

Skurrilerweise wäre sonst die kleine semiotische Matrix – obwohl sie doch Erzeugendenmatrix aller semiotischen Terme ist, selbst kein Teil der Theorie, denn sie enthält mit der Hauptdiagonalen eine ZR (3.3 2.2 1.1), die nicht Teil der 10 Peirceschen Zeichenklassen ist!

4. Ferner ist, wie man ebenfalls leicht zeigen kann, die Semiotik nur dann eine Theorie, wenn das Null-Zeichen $\emptyset \subset$ S ist. Dies resultiert aus mindestens zwei Tatsachen.

4.1. Zu jeder Menge kann bekanntlich die Potenzmenge gebildet werden. Ferner ist die leere Menge Teilmenge jeder Menge, somit muss sie es auch von S sein:

$\wp$(S) = { Ø, 1, 2, 3, (1.2), (1.3), (2.3), (1.2.3.)}

4.2. Bekanntlich hat Bense (1979, S. 53) die Peircesche Zeichenrelation als verschachtelte Relation aus einer monadischen, einer dyadischen und einer triadischen Relation eigneführt, so zwar, dass die monadische in der dyadischen und beide in der triadischen Relation inkludiert sind:

ZR = (M, ((M → O), (M → O → I)))

Dieser Ausdruck ist aber dem folgenden mengentheoretischen äquivalent:

ZR = ZR = {{M}, {{M, O}, {M, O, I}}}.

Danach enthält sich aber das Zeichen qua {M, O, I} selbst, woraus folgt, dass in einer Mengenlehre, die eine dergestalt definierte ZR definieren kann, das Fundierungsaxiom von Zermelo-Fraenkel ausgeschlossen ist. In einer solchen Mengenlehre gilt daher, dass die Vereinigung einer Menge mit ihrem Element gleich der leeren Menge ist, also

M ∪ {M} = O ∪ {O} = I ∪ {I} = {M, O} ∪ {{M, O}} = {O, I} ∪ {{O, I}} =

{M, I} ∪ {{M, I}} = {M, O, I} ∪ {{M, O, I}} = Ø.

Die Definition von ZR als verschachtelte „Relation über Relationen“ verlangt also automatisch ebenfalls $\emptyset \subset S$.

Erfüllt man also die Bedingungen 4.1. und 4.2. (die in der Stuttgarter Schule i.e.S. leider nicht einmal je erwähnt wurden), dann gilt: Die Semiotik ist eine Theorie im Sinne der Modelltheorie.

Bibliographie

Bense, Max, Repräsentation und Fundierung der Realitäten. Baden-Baden 1986

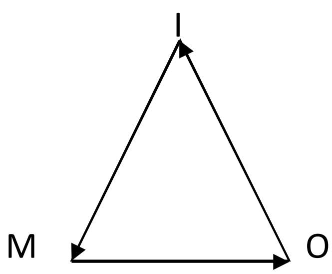
Ebbinghaus, Heinz-Dieter et al., Einführung in die mathematische Logik. 4. Aufl. Heidelberg 1996

Schwabhäuser, Wolfram, Modelltheorie I. Mannheim 1970

Walther, Elisabeth, Ist die Semiotik überhaupt eine Wissenschaft? In: Semiosis 61/62, 1991, S. 5-13

Mit zwei Funktoren assoziierte semiotische Kategorien

1. Bekanntlich wird das sog. „semiotische Dreieck" als planarer Graph dargestellt, z.B. so



Diesem Schema folgen nun alle 10 Peirceschen Zeichenklassen (und auch die Differenzmenge der 17 „irregulären" nicht nach der Ordnung (3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ c konstruierten Zeichenrelationen). Allerdings kommutiert dieses Diagramm nicht, und deshalb liegt streng genommen auch keine Kategorie vor.

Demgegenüber ist die Struktur der dualen Realitätsthematiken im Gegensatz zu den Zeichenklassen nicht triadisch, d.h. die für Zeichenklassen geforderte Bedingung (a.b c.d e.f) mit a, c, e $\in$ {1, 2, 3} und paarweise verschieden, gilt nicht für Realitätsthematiken der regulären Zeichenklassen. Die reguläre Struktur von Realitätsthematiken so sieht aus, dass jeweils zwei Subzeichen aus dem gleichen Bezug ein Subzeichen aus einem anderen Bezug thematisieren:

a) XX → Y

b) Y ← YY

Ferner findet man unter den irregulären Realitätsthematiken die sog. „Sandwich-Thematisationen" (Toth 2008, S. 216):

c) X → Y ← X.

Wollte man ins Detail gehen, müsste man noch die Ordnungen der thematisieremden Subzeichen anschauen:

$X^1 X^2 \rightarrow Y/X^2X^1 \rightarrow Y$, $Y \leftarrow X^1X^2$ / $Y\leftarrow X^2X^1$, $\rightarrow X^1 \rightarrow Y \leftarrow X$.

In der folgenden Übersicht verzichten wir auf diese Ordnungen und geben für alle 27 Zeichenklassen die Ordnungsstrukturen ihrer dualen Realitätsthematiken an:

3.1 2.1 1.1 × 1.1 ← 1.2 1.3

3.1 2.1 1.2 × 2.1 ← 1.2 1.3

3.1 2.1 1.3 × 3.1 ← 1.2 1.3

3.1 2.2 1.1 × 1.1 → 2.2 ← 1.3

3.1 2.2 1.2 × 2.1 2.2 → 1.3

3.1 2.2 1.3 × 3.1 → 2.2 → 1.3 / 3.1 ← 2.2 ← 1.3 / 3.1 → 2.2 ← 1.3

3.1 2.3 1.1 × 1.1 → 3.2 ← 1.3

3.1 2.3 1.2 × 2.1 → 3.2 → 1.3 / 2.1 ← 3.2 ← 1.3 / 2.1 → 3.2 ← 1.3

3.1 2.3 1.3 × 3.1 3.2 → 1.3

___

3.2 2.1 1.1 × 1.1 1.2 → 2.3

3.2 2.1 1.2 × 2.1 → 1.2 ← 2.3

3.2 2.1 1.3 × 3.1 → 1.2 → 2.3 / 3.1 ← 1.2 ← 2.3 / 3.1 → 1.2 ← 2.3

3.2 2.2 1.1 × 1.1 ← 2.2 2.3

3.2 2.2 1.2 × 2.1 ← 2.2 2.3

3.2 2.2 1.3 × 3.1 ← 2.2 2.3

3.2 2.3 1.1 × 1.1 → 3.2 → 2.3 / 1.1 ← 3.2 ← 2.3 / 1.1 → 3.2 ← 2.3

3.2 2.3 1.2 × 2.1 → 3.2 ← 2.3

3.2 2.3 1.3 × 3.1 3.2 → 2.3

3.3 2.1 1.1 × 1.1 1.2→ 3.3

3.3 2.1 1.2 × 2.1 → 1.2 → 3.3 / 2.1 ← 1.2 ← 3.3 / 2.1 → 1.2 ← 3.3

3.3 2.1 1.3 × 3.1 → 1.2 ← 3.3

3.3 2.2 1.1 × 1.1 → 2.2 → 3.3 / 1.1 ← 2.2 ← 3.3 / 1.1 → 2.2 ← 3.3

3.3 2.2 1.2 × 2.1 2.2 → 3.3

3.3 2.2 1.3 × 3.1 → 2.2 ← 3.3

3.3 2.3 1.1 × 1.1 ← 3.2 3.3

3.3 2.3 1.2 × 2.1← 3.2 3.3

3.3 2.3 1.3 × 3.1 ← 3.2 3.3

Sehen wir also von den triadischen Thematisationen ab, so haben wir die folgenden Thematisationsstrukturen:

a) XX → Y

b) Y ← XX

c) X → Y ← Y

Diesen drei Strukturen ist nun gemeinsam, dass sie Kateogorien darstellen, die mit zwei anstatt 1 Funktor assoziiertsind; vgl. dazu die Definitionen aus (Kaschiwara und Schapira 2006, S. 87):

3.4 Categories Associated with Two Functors

It is convenient to generalize Definition 1.2.16. Consider functors

$$I \xrightarrow{\varphi} K \xleftarrow{\psi} J\,.$$

Definition 3.4.1. *The category* $M[I \xrightarrow{\varphi} K \xleftarrow{\psi} J]$ *is given by*

$$\mathrm{Ob}(M[I \xrightarrow{\varphi} K \xleftarrow{\psi} J]) = \{(i, j, u)\,;\, i \in I, j \in J, u \in \mathrm{Hom}_K(\varphi(i), \psi(j))\}$$

$$\mathrm{Hom}_{M[I \xrightarrow{\varphi} K \xleftarrow{\psi} J]}((i, j, u), (i', j', u'))$$
$$= \Big\{(v_1, v_2) \in \mathrm{Hom}_I(i, i') \times \mathrm{Hom}_J(j, j')\,;\, \textit{the diagram} \quad \begin{array}{ccc} \varphi(i) & \xrightarrow{u} & \psi(j) \\ \downarrow{\scriptstyle \varphi(v_1)} & & \downarrow{\scriptstyle \psi(v_2)} \\ \varphi(i') & \xrightarrow{u'} & \psi(j') \end{array} \; \textit{commutes}\Big\}\,.$$

If there is no risk of confusion, we shall write $M[I \to K \leftarrow J]$ instead of $M[I \xrightarrow{\varphi} K \xleftarrow{\psi} J]$.

Abschliessend sei noch darauf hingewiesen, dass die doppelfunktorielle kategoriale Struktur I → K ← J z.B. auch beim Peirce-Bensesche Kreationsschema auftaucht, wo das hypothetische Repertoire und der hyperthetische Interpretant sozusagen Hand in Hand einen hypotypotischen Objektbezug kreieren.

Bibliographie

Kaschiwara, Masaki/Schapira, Pierre, Categories and Sheaves. Springer 2006

Die 6 Haupttypen struktureller Realitäten

1. Übersehen wurde bisher, dass es in der Menge der 10 Peirceschen Dualsysteme zwei Haupttypen struktureller (entitätischer) Realitäten gibt. Sie sind im folgenden mit I und II markiert:

1.	3.1 2.1 1.1	×	1.1 $\underline{1.2\ 1.3}$	I
2.	3.1 2.1 1.2	×	2.1 $\underline{1.2\ 1.3}$	I
3.	3.1 2.1 1.3	×	3.1 $\underline{1.2\ 1.3}$	I
4.	3.1 2.2 1.2	×	$\underline{2.1\ 2.2}$ 1.3	II
5.	3.1 2.2 1.3	×	$\underline{3.1}$ $\underline{2.2}$ $\underline{1.3}$	(triad.)
6.	3.1 2.3 1.3	×	$\underline{3.1\ 3.2}$ 1.3	II
7.	3.2 2.2 1.2	×	2.1 $\underline{2.2\ 2.3}$	I
8.	3.2 2.2 1.3	×	3.1 $\underline{2.2\ 2.3}$	I
9.	3.2 2.3 1.3	×	$\underline{3.1\ 3.2}$ 2.3	II
10.	3.3 2.3 1.3	×	3.1 $\underline{3.2\ 3.3}$	I

Die beiden Haupttypen sind also:

I: X ← AB (linksthematisch)

II: AB → X (rechtsthematisch)

Ob eine strukturelle Realität links- oder rechtsthematisch ist, hängt somit nicht von den thematisierenden Realitäten, sondern von der thematisierten Realität ab.

2. Diese beiden Haupttypen struktureller Realitäten sind nun aber lediglich ein Fragment von insgesamt 6 möglichen strukturellen Realitäten:

1.a	X ← AB	2.a	X ← BA	3.a	A → X ← B
1.b	AB → X	2.b	BA → X	3.b	B → X ← A

Der neu aufscheinende Strukturtyp (3.) heisst „Sandwich-Thematisation“ (Toth 2006, S. 216).

3. Wie man sieht, zerfällt also die Menge der 10 Peirceschen strukturellen Realitäten in die beiden Haupttypen 1.a und 1.b; die übrigen gelten vom Standpunkt einer Semiotik, die auf

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ c

beruht, als deviant. Bemerkenswert ist, dass die in der semiotischen Matrix aufscheinende Hauptdiagonale (3.3 2.2 1.1) mit a > b > c dieser Halbordnung widerspricht.

Die Typen 2.a, 2.b und 3.b, bei denen also die Ordnung der Thematisierenden AB → BA invertiert ist, sind nur unter den Permutationen der Peirceschen Zeichenklassen zu finden. Um dies zu zeigen, genügt es, die Möglichkeiten je einer Vertreter-Zkl der beiden Haupttypen der strukturellen Realitäten durchzuspielen.

Für den Haupttyp 1.a (I) gilt (Beispiel: 3.1 2.1 1.3):

A. 3.1 2.1 1.3 × 3.1 $\underline{1.2\ 1.3}$ 1.a

B. 3.1 1.3 2.1 × $\underline{1.2}$ 3.1 $\underline{1.3}$ 3.a

C. 2.1 3.1 1.3 × 3.1 $\underline{1.3\ 1.2}$ 2.a

D. 2.1 1.3 3.1 × $\underline{1.3}$ 3.1 $\underline{1.2}$ 3.b

E. 1.3 3.1 2.1 × $\underline{1.2\ 1.3}$ 3.1 1.b

F. 1.3 2.1 3.1 × $\underline{1.3\ 1.2}$ 3.1 2.b

Für den Haupttypen 1.b (II) gilt (Beispiel: 3.1 2.3 1.3):

A´. 3.1 2.3 1.3 × $\underline{3.1\ 3.2}$ 1.3 1.b

B´. 3.1 1.3 2.3 × $\underline{3.2\ 3.1}$ 1.3 2.b

C´. 2.3 3.1 1.3 × $\underline{3.1}$ 1.3 $\underline{3.2}$ 3.a

D´. 2.3 1.3 3.1 × 1.3 $\underline{3.1\ 3.2}$ 1.a

E´. 1.3 3.1 2.3 × 3.2 1.3 3.1 3.b

F´. 1.3 2.3 3.1 × 1.3 3.2 3.1 2.a

Wie man erkennt, entsprechen sich also die Zurodnungen der Typen zu den Permutationen der beiden Haupttypen I und II nicht, denn es gilt:

Für Haupttyp I:

1.a	A	2.a	C	3.a	B
↓	↓	↓	↓	↓	↓
1.b	E	2.b	F	3.b	D

Für Haupttyp II:

1.a	D´	2.a	F´	3.a	C´
↓	↓	↓	↓	↓	↓
1.b	A´	2.b	B´	3.b	E´

4. Der Haupttyp 3.a taucht schliesslich nur bei der Differenzmenge 27\10 = 17 „irregulären" Zeichenklassen auf. Es sind im folgenden Gesamtschema der 3^3 = 27 Zeichenklassen die fett markierten:

3.1 2.1 1.1	**3.1 2.2 1.1**	**3.1 2.3 1.1**
3.1 2.1 1.2	3.1 2.2 1.2	**3.1 2.3 1.2**
3.1 2.1 1.3	3.1 2.2 1.3	3.1 2.3 1.3

3.2 2.1 1.1	**3.2 2.2 1.1**	**3.2 2.3 1.1**
3.2 2.1 1.2	3.2 2.2 1.2	**3.2 2.3 1.2**
3.2 2.1 1.3	3.2 2.2 1.3	3.2 2.3 1.3

3.3 2.1 1.1	**3.3 2.2 1.1**	**3.3 2.3 1.1**
3.3 2.1 1.2	**3.3 2.2 1.2**	**3.3 2.3 1.2**
3.3 2.1 1.3	**3.3 2.2 1.3**	3.3 2.3 1.3

Übersicht über die 17 „irregulären Zeichenklassen“ mit ihren Thematisationstypen:

1.	3.1 2.2 1.1	×	$\underline{1.1}$ 2.2 $\underline{1.3}$	3.a
2.	3.1 2.3 1.1	×	$\underline{1.1}$ 3.2 $\underline{1.3}$	3.a
3.	3.1 2.3 1.2	×	$\underline{2.1}$ $\underline{3.2}$ $\underline{1.3}$	triad. (Trich. Zkl = <132>)
4.	3.2 2.1 1.1	×	$\underline{1.1\ 1.2}$ 2.3	1.b
5.	3.2 2.1 1.2	×	$\underline{2.1}$ 1.2 $\underline{2.3}$	3.a
6.	3.2 2.1 1.3	×	$\underline{3.1}$ $\underline{1.2}$ $\underline{2.3}$	triad. (Trich. Zkl = <213>)
7.	3.2 2.2 1.1	×	1.1 $\underline{2.2\ 2.3}$	1.a
8.	3.2 2.3 1.1	×	$\underline{1.1}$ $\underline{3.2}$ $\underline{2.3}$	triad. (Trich. Zkl = <231>)
9.	3.2 2.3 1.2	×	$\underline{2.1}$ 3.2 $\underline{2.3}$	3.a
10.	3.3 2.1 1.1	×	$\underline{1.1\ 1.2}$ 3.3	1.b
11.	3.3 2.1 1.2	×	$\underline{2.1}$ $\underline{1.2}$ $\underline{3.3}$	triad. (Trich. Zkl = <312>)
12.	3.3 2.1 1.3	×	$\underline{3.1}$ 1.2 $\underline{3.3}$	3.a
13.	3.3 2.2 1.1	×	$\underline{1.1}$ $\underline{2.2}$ $\underline{3.3}$	triad. (Trich. Zkl = <321>)
14.	3.3 2.2 1.2	×	$\underline{2.1\ 2.2}$ 3.3	1.b
15.	3.3 2.2 1.3	×	$\underline{3.1}$ 2.2 $\underline{3.3}$	3.a
16.	3.3 2.3 1.1	×	1.1 $\underline{3.2\ 3.3}$	1.a
17.	3.3 2.3 1.2	×	2.1 $\underline{3.2\ 3.3}$	1.a

Während also bei den regulären 10 Zeichenklassen nur 1.a und 1.b auftreten, tritt bei den 17 irregulären zusätzlich 3.a auf. (2.a, 2.b und 3.b sind, wie bereits gesagt, für $\wp$(ZR) reserviert, und zwar die Typen 2.a und 2.b für $\wp$(ZR-10) und der Typ 3.b für $\wp$(ZR-17).

Was schliesslich noch die Teilmenge der triadischen strukturellen Realitäten betrifft, von denen sich ja bei den regulären Zeichenklassen nur die „eigenreale“ Zkl≡Rth (3.1 2.2 1.3 $\times$ 3.1 2.2 1.3) findet, welche in der Trichotomie der Zkl = Triade der Rth die Ordnung <123> findet, muss man ebenfalls zu den irregulären Zkln schreiten, um die übrigen 5 Permutationen von $\wp$<123> zu finden. Von diesen 5 zeigt allerdings keine die der „starken“ (3.1 2.2 1.3) oder der „schwachen“ Eigenrealität (Bense 1992) typische dualinverse bzw. inverse Struktur.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Das vollständige System der triadisch strukturellen (entitätischen) Realitäten

1. Die 10 Peirceschen Zeichenklassen, die nach dem Schema der geordneten Menge

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c $\in$ {1, 2, 3} und a $\leq$ b $\leq$ c

konstruiert sind, sind nur eine Teilmenge der theoretisch möglichen $3^3 = 27$ Zeichenklassen. In der Theoretischen Semiotik werden die 10 Zeichenklassen meist als „reguläre“, die 17 der Differenzmenge angehörigen dagegen als „irreguläre“ bezeichnet. Dass die letzteren bisher praktisch kaum berücksichtigt wurden, hat dazu geführt, dass es nicht zu einer Theorie semiotischer Realitäten gekommen ist. Allerdings erfordert eine solche zusätzlich das erst in Toth (2008, S. 166 ff.) eingeführte System der Zeichenklassen-Permutationen, denn hier wie in der Teilmenge der 17 irregulären Zeichenklassen werden Strukturen von Realitäten sichtbar, die sich unter den 10 regulären Zeichenklassen nicht finden. Ein weiterer wesentlicher Grund, warum es nötig ist, die 17 irregulären Zeichenklassen heranzuziehen, liegt in der realitätstheoretischen Teiltheorie der triadischen Realitäten, von denen sich unter den regulären Zeichenklassen bekanntlich nur eine einzige, die „eigenreale“, mit ihrer Realitätsthematik dualidentische, findet.

2. Unter den 27 triadischen Zeichenklassen können wir 7 Thematisationstypen semiotischer Realität unterscheiden:

1.a	$X \leftarrow AB$	2.a	$X \leftarrow BA$	3.a	$A \rightarrow X \leftarrow B$	3.c	$a.b \leftrightarrow c.d \leftrightarrow e.f$
1.b	$AB \rightarrow X$	2.b	$BA \rightarrow X$	3.b	$B \rightarrow X \leftarrow A$		mit $a \neq b \neq e$

Diese sind im System der 27 Zeichenklassen wie folgt verteilt:

1.1 1.2 1.3	1.1 2.2 1.3	1.1 3.2 1.3
2.1 1.2 1.3	2.1 2.2 1.3	2.1 3.2 1.3
3.1 1.2 1.3	☆3.1 2.2 1.3	3.1 3.2 1.3
1.1 1.2 2.3	1.1 2.2 2.3	1.1 3.2 2.3
2.1 1.2 2.3	2.1 2.2 2.3	2.1 3.2 2.3
3.1 1.2 2.3	3.1 2.2 2.3	3.1 3.2 2.3
1.1 1.2 3.3	1.1 2.2 3.3	1.1 3.2 3.3
2.1 1.2 3.3	2.1 2.2 3.3	2.1 3.2 3.3
3.1 1.2 3.3	3.1 2.2 3.3	3.1 3.2 3.3

Im Teilsystem der 10 regulären Zeichenklassen kommen nur die Typen 1.a und 1.b vor.

3. Die oben nicht farblich markierten drei weiteren Thematisationstypen 2.a, 2.b und 3.b kommen nur unter den permutierten Zeichenklassen vor:

1.a	X ← AB	2.a	X ← BA	3.a	A → X ← B	3.c	a.b ↔ c.d ↔ e.f
1.b	AB → X	2.b	BA → X	3.b	B → X ← A		mit a ≠ b ≠ e

Nun ist aber ihre Verteilung abhängig von den beiden Hauptthematisationstypen der regulären Zeichenklassen, d.h. 1.a und 1.b:

3.1 2.3 1.3	×	$\underline{3.1\ 3.2}\ 1.3$	1.b
3.1 1.3 2.3	×	$\boxed{\underline{3.2\ 3.1}\ 1.3}$	2.b
2.3 3.1 1.3	×	$\underline{3.1}\ 1.3\ \underline{3.2}$	3.a
2.3 1.3 3.1	×	$1.3\ \underline{3.1\ 3.2}$	1.a
1.3 3.1 2.3	×	$\boxed{\underline{3.2}\ 1.3\ \underline{3.1}}$	3.b
1.3 2.3 3.1	×	$\boxed{1.3\ \underline{3.2\ 3.1}}$	2.a

2.2. Haupttypus 1.b

3.1 2.1 1.3	×	$3.1\ \underline{1.2\ 1.3}$
3.1 1.3 2.1	×	$\underline{1.2}\ 3.1\ \underline{1.3}$
2.1 3.1 1.3	×	$\boxed{3.1\ \underline{1.3\ 1.2}}$
2.1 1.3 3.1	×	$\boxed{\underline{1.3}\ 3.1\ \underline{1.2}}$
1.3 3.1 2.1	×	$\underline{1.2\ 1.3}\ 3.1$
1.3 2.1 3.1	×	$\boxed{\underline{1.3\ 1.2}\ 3.1}$

Permutiert man also auch die 17 irregulären Zeichenklassen, kommen keine neuen strukturellen Realitäten heraus. Um solche zu gewinnen, muss man von triadischen zu höheren Relationen fortschreiten (vgl. Toth 2006, S. 214 ff).

Bibliographie

Toth, Alfred, Grundlegung einer qualitativen Mathematik. 2. Aufl. Klagenfurt 2008

Toth, Alfred, Semiotische Strukturen und Prozesse. Klagenfurt 2008

Strukturelle Realitätsmatrizen

1. Wie in Toth (2011) dargestellt, gibt es in einer triadischen Semiotik mit ihren maximal 3^3 = 27 Zeichenklassen und Realitätsthematiken genau folgende 7 Thematisationstypen semiotischer (struktureller, entitätischer) Realität:

1.a	$X \leftarrow AB$	2.a	$X \leftarrow BA$	3.a	$A \rightarrow X \leftarrow B$	3.c	$a.b \leftrightarrow c.d \leftrightarrow e.f$
1.b	$AB \rightarrow X$	2.b	$BA \rightarrow X$	3.b	$B \rightarrow X \leftarrow A$		mit $a \neq b \neq e$

Typ 3.c ist also die triadische Variante der Typen 3.a und 3.b; diese sind, wie 1.a/1.b und 2.a/2.b dyadisch. Man bemerke also, dass eine triadische Semiotik eine dyadische Realität thematisiert.

2. Die 7 Thematisationstypen sind im System der 27 Zeichenklassen wie folgt verteilt (fett sind die 17 „irregulären“ Zeichenklassen):

1.1 1.2 1.3	1.a	**1.1 2.2 1.3**	3.a	**1.1 3.2 1.3**	3.a
2.1 1.2 1.3	1.a	2.1 2.2 1.3	1.b	**2.1 3.2 1.3**	3.c
3.1 1.2 1.3	1.a	3.1 2.2 1.3	3.c	3.1 3.2 1.3	1.b
1.1 1.2 2.3	**1.b**	1.1 2.2 2.3	1.a	**1.1 3.2 2.3**	3.c
2.1 1.2 2.3	**3.a**	2.1 2.2 2.3	1.a	**2.1 3.2 2.3**	3.a
3.1 1.2 2.3	**3.c**	3.1 2.2 2.3	1.a	3.1 3.2 2.3	1.b
1.1 1.2 3.3	1.b	**1.1 2.2 3.3**	3.c	**1.1 3.2 3.3**	1.a
2.1 1.2 3.3	3.c	**2.1 2.2 3.3**	1.b	**2.1 3.2 3.3**	1.a
3.1 1.2 3.3	3.a	**3.1 2.2 3.3**	3.a	3.1 3.2 3.3	1.a

3. Die Typen 2.a, 2.b und 3.b treten nur bei den Permutationen der Zeichenklassen auf, und zwar genügt es, hierfür die regulären heranzuziehen.

Im Teilsystem der 10 regulären Zeichenklassen kommen nur die Typen 1.a und 1.b vor.

3. Die oben nicht farblich markierten drei weiteren Thematisationstypen 2.a, 2.b und 3.b kommen nur unter den permutierten Zeichenklassen vor:

1.a	$X \leftarrow AB$	2.a	$X \leftarrow BA$	3.a	$A \rightarrow X \leftarrow B$	3.c	$a.b \leftrightarrow c.d \leftrightarrow e.f$
1.b	$AB \rightarrow X$	2.b	$BA \rightarrow X$	3.b	$B \rightarrow X \leftarrow A$		mit $a \neq b \neq e$

Ihre Verteilung abhängig von den beiden Hauptthematisationstypen der regulären Zeichenklassen, d.h. 1.a und 1.b:

3.1. Haupttypus 1.a

$3.1\ 2.3\ 1.3 \quad \times \quad \underline{3.1\ 3.2}\ 1.3 \quad$ 1.b

$3.1\ 1.3\ 2.3 \quad \times \quad \underline{3.2\ 3.1}\ 1.3 \quad$ 2.b

$2.3\ 3.1\ 1.3 \quad \times \quad \underline{3.1}\ 1.3\ \underline{3.2} \quad$ 3.a

$2.3\ 1.3\ 3.1 \quad \times \quad 1.3\ \underline{3.1\ 3.2} \quad$ 1.a

$1.3\ 3.1\ 2.3 \quad \times \quad \underline{3.2}\ 1.3\ \underline{3.1} \quad$ 3.b

$1.3\ 2.3\ 3.1 \quad \times \quad 1.3\ \underline{3.2\ 3.1} \quad$ 2.a

3.2. Haupttypus 1.b

$3.1\ 2.1\ 1.3 \quad \times \quad 3.1\ \underline{1.2\ 1.3}$

$3.1\ 1.3\ 2.1 \quad \times \quad \underline{1.2}\ 3.1\ \underline{1.3}$

$2.1\ 3.1\ 1.3 \quad \times \quad 3.1\ \underline{1.3\ 1.2}$

$2.1\ 1.3\ 3.1 \quad \times \quad \underline{1.3}\ 3.1\ \underline{1.2}$

$1.3\ 3.1\ 2.1 \quad \times \quad \underline{1.2\ 1.3}\ 3.1$

$1.3\ 2.1\ 3.1 \quad \times \quad \underline{1.3\ 1.2}\ 3.1$

4. Man kann nun aus diesen 7 strukturellen Realitäten, wenn man sie nicht mit sich selber kombiniert, z.B. die folgenden 21 interessanten semiotischen Realitätsmatrizen bilden. Für das folgende Schema sind die Thematisationstypen von 1-7 durchnumeriert. Die Belege für die Thematisationstypen wurden willkürlich gewählt:

123	234	345	456	567	671	712
456	567	671	712	123	234	345
712	123	234	345	456	567	671
I	II	III	IV	V	VI	VII

Die ersten 7 Matrizen sind:

I

1.1	1.2	1.3
2.1	2.2	1.3
1.1	2.2	2.3

II

2.1	2.2	1.3
1.1	2.2	2.3
3.2	3.1	1.3

III

1.1	2.2	2.3
3.2	3.1	1.3
1.1	2.2	1.3

IV

3.2	3.1	1.3
1.1	2.2	1.3
1.3	3.1	1.2

V

1.1	2.2	1.3
1.3	3.1	1.2
3.1	2.2	1.3

VI

1.3	3.1	1.2
3.1	2.2	1.3
1.1	1.2	1.3

Um die Sandwichthematisationen zu bekommen, mussten wir die 17 irregulären zusätzlich zu den 10 regulären Zeichenklassen hinzuziehen. Um auch die invertierten Thematisierenden zu erhalten, mussten wir ferner die Permutationen der Zeichenklassen hinzuziehen. Nun tauchen aber bereits unter den regulären Zeichenklassen die irreguläre (3.3 2.2 1.1) sowie die eigenreale Zeichenklasse (3.1 2.2 1.3) auf: beide haben triadische Realität, und unter den 3 Paaren von Realitäten, die daraus gebildet werden können (z.B. (3.3/2.2-1.1; 3.3/1.1-2.2; 2.2/3.3-1.1) findet man sowohl Sandwiches als auch invertierte Thematisierende. D.h. also, dass der nächste Schritt in Richtung der strukturellen Öffnung der Semiotik bereits im vorangehenden vorbereitet ist.

Wenn wir nun nur schon die ersten 7 (obigen) Matrizen semiotischer Realität betrachten, so sehen wir, dass sie einen weiteren Typ irregulärer Zeichenklassen erzeugen, nämlich triadische, bei denen die triadischen Hauptwerte nicht mehr paarweise verschieden sein müssen, also z.B.

3.2 1.1 1.3; 3.1 2.2 3.1; 1.1. 2.2 1.2, usw.

Fällt also neben der Restriktion auf die Differenzmenge 10 von 27 möglichen Zeichenklassen und dem Verbot der Permutationen (das faktisch allerdings bereits spätestens 1971 bei den Kommunikations- und Kreationsschemata von Bense aufgehoben wurde) auch noch die Forderung der paarweisen Verschiedenheit der Relata, dann erhält man, da nun jedes der 9 Subzeichen auf allen 3 Plätzen der triadischen Relation erscheinen kann, 729 triadische Zeichenrelationen (vgl. Steffen 1982, S. 58). Ein ungeheuer erweitertes semiotisches Repräsentationssystem also, das strukturell bereits im kleinen Teilsystem der 10 Peirceschen Zeichenklassen angelegt ist und das sich Schritt für Schritt dadurch ergibt, dass man jeweils die vorgefundenen Teilstrukturen semiotischer Realitäten durch die Ganzheit der Strukturen ersetzt (so, wie man ja auch nicht Klavier spielt und nur die schwarzen oder die weissen oder die mittleren 10 Tasten, usw. bedient).

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Steffen, Werner, Der Iterationsraum der grossen Matrix. In: Semiosis 25/26, 1982, S. 55-70

Toth, Alfred, Das vollständige System der triadisch strukturellen (entitätischen) Realitäten. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Die Positionsabhängigkeit trichotomischer Triaden

1. Streng genommen ist eine Trichotomische Triade nicht nur eine Zusammenfassung dreier triadischer Relationen, so zwar, dass die strukturellen Realitäten ihrer dualen Realitätsthematiken genau ein M, ein O und I (evtl. permutiert) thematisieren, sondern die thematisierenden (und nicht die thematisierten) Subzeichen müssen dabei jeweils pro Trichotomische Triade in einer bestimmten Position erscheinen. Sehr schön ist dies von Bense am Ende seines Lebens dargestellt worden (Bense 1992, S. 76):

Zkl			Rth			Rpw	
3.1	2.1	1.1	1.1	1.2	1.3	9	Mittel
3.1	2.1	1.2	2.1	1.2	1.3	10	
3.1	2.1	1.3	3.1	1.2	1.3	11	
3.1	2.2	1.2	2.1	2.2	1.3	11	Objekt
3.2	2.2	1.2	2.1	2.2	2.3	12	
3.2	2.2	1.3	3.1	2.2	2.3	13	
3.1	2.3	1.3	3.1	3.2	1.3	13	Interpretant
3.2	2.3	1.3	3.1	3.2	2.3	14	
3.3	2.3	1.3	3.1	3.2	3.3	15	
3.1	2.2	1.3	3.1	2.2	1.3	12	Eigenrealität

2. Innerhalb der klassischen Semiotik gibt es, wie Walther (1981) gezeigt hat, zwar mehrere Methoden, um Trichotomische Triaden zu bilden, aber das Peircesche Dualsystem lässt sich nur in der oben angegebenen Weise in der Form dreier Trichotomischer Triaden zuzüglich der eigenrealen, dualidentischen Zkl≡Rth darstellen.

Nimmt man jedoch die „irregulären“, nicht nach dem Ordnungsprinzip (3.a 2.b 1.c) mit $a \leq b \leq c$ gebauten Zeichenrelationen dazu, d.h. geht man vom vollständigen System aller $3^3 = 27$ triadischen Zeichenrelationen aus, so gibt es eine Darstellungsart, der 27 Realitätsthematiken in 9 3er-Blöcken, so zwar, dass jeder 3er-Block eine Trichotomische Triade darstellt, wobei aber in sämtlichen 3er-Blöcken die für die strukturelle Realität (der thematisierten Subzeichen) verantwortlichen thematisierenden Subzeichen nicht diagonal, sondern linear, und zwar alle in der 1. Position links pro triadischer Relation, d.h. also „am Anfang“ der Realitätsthematiken, angeordnet sind:

1.1	1.2 1.3	M-M	1.1	2.2 1.3	M-O	1.1	3.2 1.3	M-I
2.1	1.2 1.3	M-O	2.1	2.2 1.3	O-M	2.1	3.2 1.3	OIM
3.1	1.2 1.3	M-I	3.1	2.2 1.3	IOM	3.1	3.2 1.3	I-M

1.1	1.2 2.3	M-O	1.1	2.2 2.3	O-M	1.1	3.2 2.3	MIO
2.1	1.2 2.3	O-M	2.1	2.2 2.3	O-O	2.1	3.2 2.3	O-I
3.1	1.2 2.3	IMO	3.1	2.2 2.3	O-O	3.1	3.2 2.3	I-O

1.1	1.2 3.3	M-O	1.1	2.2 3.3	MOI	1.1	3.2 3.3	I-M
2.1	1.2 3.3	OMI	2.1	2.2 3.3	O-I	2.1	3.2 3.3	I-O
3.1	1.2 3.3	I-M	3.1	2.2 3.3	I-O	3.1	3.2 3.3	I-I

Die drei hauptdiagonal angeordneten Dreierblöcke sind nun bereits Trichotomische Triaden, so, wie sie dastehen. Die übrigen 6 Blöcke enthalten je eine triadische Realität, weisen also eine 3-fache Thematisierung auf: O/I-M, M/I-O, M/O-I sowie zwei weitere Thematisationen, die mit der fehlenden aus der 3-fach-Thematisierung zu einer Trichotomischen Triade ergänzt werden kann.

Allerdings werden die 9 linearen Trichotomischen Triaden des vollständigen semiotischen Systems nicht durch die eigenreale Zeichenklasse determiniert wie das System der 3 diagonalen Trichotomischen Triaden des 10er-Rumpfsystems, sondern als Determinante tritt nun überraschenderweise die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.1) auf. Da es vermutlich weitere Möglichkeiten gibt, Zeichenklassen in der Form nicht-diagonaler Trichotomischer Triaden darzustellen, geht der Übergang von der Diagonalität zur Linearität, wie es scheint, mit der Verlust der eigenrealen Determination einher.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Walther, Elisabeth, Vorläufige Bemerkungen zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 21, 1981, S. 29-39

Die Positionsabhängigkeit trichotomischer Triaden

1. Streng genommen ist eine Trichotomische Triade nicht nur eine Zusammenfassung dreier triadischer Relationen, so zwar, dass die strukturellen Realitäten ihrer dualen Realitätsthematiken genau ein M, ein O und I (evtl. permutiert) thematisieren, sondern die thematisierenden (und nicht die thematisierten) Subzeichen müssen dabei jeweils pro Trichotomische Triade in einer bestimmten Position erscheinen. Sehr schön ist dies von Bense am Ende seines Lebens dargestellt worden (Bense 1992, S. 76):

Zkl			Rth			Rpw	
3.1	2.1	1.1	1.1	1.2	1.3	9	
3.1	2.1	1.2	2.1	1.2	1.3	10	Mittel
3.1	2.1	1.3	3.1	1.2	1.3	11	
3.1	2.2	1.2	2.1	2.2	1.3	11	
3.2	2.2	1.2	2.1	2.2	2.3	12	Objekt
3.2	2.2	1.3	3.1	2.2	2.3	13	
3.1	2.3	1.3	3.1	3.2	1.3	13	
3.2	2.3	1.3	3.1	3.2	2.3	14	Interpretant
3.3	2.3	1.3	3.1	3.2	3.3	15	
3.1	2.2	1.3	3.1	2.2	1.3	12	Eigenrealität

2. Innerhalb der klassischen Semiotik gibt es, wie Walther (1981) gezeigt hat, zwar mehrere Methoden, um Trichotomische Triaden zu bilden, aber das Peircesche Dualsystem lässt sich nur in der oben angegebenen Weise in der Form dreier Trichotomischer Triaden zuzüglich der eigenrealen, dualidentischen Zkl≡Rth darstellen.

Nimmt man jedoch die „irregulären“, nicht nach dem Ordnungsprinzip (3.a 2.b 1.c) mit a ≤ b ≤ c gebauten Zeichenrelationen dazu, d.h. geht man vom vollständigen System aller $3^3 = 27$ triadischen Zeichenrelationen aus, so gibt es eine Darstellungsart, der 27 Realitätsthematiken in 9 3er-Blöcken, so zwar, dass jeder 3er-Block eine Trichotomische Triade darstellt, wobei aber in sämtlichen 3er-Blöcken die für die strukturelle Realität (der thematisierten Subzeichen) verantwortlichen thematisierenden Subzeichen nicht diagonal, sondern linear, und zwar alle in der 1. Position links pro triadischer Relation, d.h. also „am Anfang“ der Realitätsthematiken, angeordnet sind:

1.1	1.2 1.3	M-M	1.1	2.2 1.3	M-O	1.1	3.2 1.3	M-I
2.1	1.2 1.3	M-O	2.1	2.2 1.3	O-M	2.1	3.2 1.3	OIM
3.1	1.2 1.3	M-I	3.1	2.2 1.3	IOM	3.1	3.2 1.3	I-M
1.1	1.2 2.3	M-O	1.1	2.2 2.3	O-M	1.1	3.2 2.3	MIO
2.1	1.2 2.3	O-M	2.1	2.2 2.3	O-O	2.1	3.2 2.3	O-I
3.1	1.2 2.3	IMO	3.1	2.2 2.3	O-O	3.1	3.2 2.3	I-O
1.1	1.2 3.3	M-O	1.1	2.2 3.3	MOI	1.1	3.2 3.3	I-M
2.1	1.2 3.3	OMI	2.1	2.2 3.3	O-I	2.1	3.2 3.3	I-O
3.1	1.2 3.3	I-M	3.1	2.2 3.3	I-O	3.1	3.2 3.3	I-I

Die drei hauptdiagonal angeordneten Dreierblöcke sind nun bereits Trichotomische Triaden, so, wie sie dastehen. Die übrigen 6 Blöcke enthalten je eine triadische Realität, weisen also eine 3-fache Thematisierung auf: O/I-M, M/I-O, M/O-I sowie zwei weitere Thematisationen, die mit der fehlenden aus der 3-fach-Thematisierung zu einer Trichotomischen Triade ergänzt werden kann.

Allerdings werden die 9 linearen Trichotomischen Triaden des vollständigen semiotischen Systems nicht durch die eigenreale Zeichenklasse determiniert wie das System der 3 diagonalen Trichotomischen Triaden des 10er-Rumpf-systems, sondern als Determinante tritt nun überraschenderweise die Zeichenklasse (3.1 2.1 1.1) auf. Da es vermutlich weitere Möglichkeiten gibt, Zeichenklassen in der Form nicht-diagonaler Trichotomischer Triaden darzustellen, geht der Übergang von der Diagonalität zur Linearität, wie es scheint, mit der Verlust der eigenrealen Determination einher.

Bibliographie

Bense, Max, Die Eigenrealität der Zeichen. Baden-Baden 1992

Walther, Elisabeth, Vorläufige Bemerkungen zu Trichotomischen Triaden. In: Semiosis 21, 1981, S. 29-39

Zeichen als Grenzen

1. Vorab dürfte klar sein, dass, wenn man sich an das triadische peircesche Zeichenmodell hält, der Fall, dass ein Zeichen eine Grenze mit einem Nicht-Zeichen, d.h. einem Objekt, hat, ausgeschlossen ist, denn, wie Gfesser (1990, S. 133) betont hat, ist die Peircesche Semiotik ein „nicht-transzendentales, ein nicht-apriorisches und nicht-platonisches Organon". Objekte sind also bei Peirce nur dazu da, um zu Zeichen erklärt zu werden – der umgekehrte Vorgang ist ausgeschlossen, und dieses pansemiotische Universum ist an keiner Stelle von einem anderen Universum umgeben, so dass es irgendwo Grenzen geben könnte.

2. Damit verbleiben zwei Fälle: Die Grenzen zwischen zwei und mehr Zeichen, und die Grenze oder Grenzen innerhalb eines Zeichens. Da die erste Frage in Zusammenhang mit dem Zusammenhang von Zeichen sehr oft behandelt wurde, wenden wir uns hier der zweiten Frage zu.

Offensichtlich gibt es in Zeichenklassen keine Grenzen, denn diese sind völlig unstrukturiert. Die Peircesche Definition

ZR = (M, O, I)

lautet nach Bense (1979, S. 53) vollständig

ZR = (M, ((M→O), (M→O→I))),

das Zeichen ist also ein topologisches Filtersystem ineinander „verschachtelter" Mengen, aber viel weiter kommt man damit nicht.

Besser steht es hingegen mit den dualen Realitätsthematiken. Hier gehen wir von der expliziten Definition

Zkl = (3.a 2.b 1.c)

Rth = $\times$(3.a 2.b 1.c) = (c.1 b.2 a.3)

aus, denn, wie man anhand eines konkreten Beispiels schnell feststellt, sind die c., b., a. nur in der Teilmenge der triadischen Realitäten paarweise verschieden, bei der grösseren Menge der dyadischen Relitäten gilt immer entweder c. = b., c. = a. oder b. = a. Nimmt man nicht nur die 10 Peirceschen Realitätsthematiken, sondern die Gesamtmenge der 27 möglichen Realitätsthematiken sowie die 6 Permutationen hinzu, kann man, wie in Toth (2010) gezeigt, folgende 7 Typen von strukturellen Realitäten unterscheiden:

1.a	$X \leftarrow AB$	2.a	$X \leftarrow BA$	3.a	$A \rightarrow X \leftarrow B$	3.c	$a.b \leftrightarrow c.d \leftrightarrow e.f$
1.b	$AB \rightarrow X$	2.b	$BA \rightarrow X$	3.b	$B \rightarrow X \leftarrow A$		mit $a \neq b \neq e$

3. Dyadische Realität bedeutet also einfach gesagt: Eine dyadische Teilmenge (d.h. ein Paar) von Subzeichen thematisiert (bestimmt) die verbleibende monadische Teilmenge (das 1-tupel), d.h. es findet eine Dichotomie innerhalb der dyadischen Realitäten statt, und somit gibt es eine Grenze zwischen dem, was thematisiert und dem, was thematisiert wird. Das sind also alle obigen Fälle ausser dem triadischen Fall 3.c. In 3.c. sind im Unterschied zu den Sandwiches 3.a und 3.b alle drei Hauptwerte, d.h. a, c und e paarweise verschieden. Dies führt dazu, dass triadische Realitäten nicht nur 1, sondern 3 mögliche Thematisationen besitzen. Im Gegensatz zum dyadischen Fall können hier also zwei Subzeichen willkürlich als Thematisierende gewählt werden:

$1.1\ \underline{1.2\ 1.3}$	1.a	$\underline{1.1}\ 2.2\ \underline{1.3}$	3.a	$\underline{1.1}\ 3.2\ \underline{1.3}$	3.a
$2.1\ \underline{1.2\ 1.3}$	1.a	$\underline{2.1\ 2.2}\ 1.3$	1.b	$\underline{2.1}\ \underline{3.2}\ \underline{1.3}$	3.c
$3.1\ \underline{1.2\ 1.3}$	1.a	$\underline{3.1}\ \underline{2.2}\ \underline{1.3}$	3.c	$\underline{3.1\ 3.2}\ 1.3$	1.b

$\underline{1.1\ 1.2}\ 2.3$	1.b	$1.1\ \underline{2.2\ 2.3}$	1.a	$\underline{1.1}\ \underline{3.2}\ \underline{2.3}$	3.c
$\underline{2.1}\ 1.2\ \underline{2.3}$	3.a	$2.1\ \underline{2.2\ 2.3}$	1.a	$\underline{2.1}\ 3.2\ \underline{2.3}$	3.a
$\underline{3.1}\ \underline{1.2}\ \underline{2.3}$	3.c	$3.1\ \underline{2.2\ 2.3}$	1.a	$\underline{3.1\ 3.2}\ 2.3$	1.b

$\underline{1.1\ 1.2}\ 3.3$	1.b	$\underline{1.1}\ \underline{2.2}\ \underline{3.3}$	3.c	$1.1\ \underline{3.2\ 3.3}$	1.a
$\underline{2.1}\ \underline{1.2}\ \underline{3.3}$	3.c	$\underline{2.1\ 2.2}\ 3.3$	1.b	$2.1\ \underline{3.2\ 3.3}$	1.a
$\underline{3.1}\ 1.2\ \underline{3.3}$	3.a	$\underline{3.1}\ 2.2\ \underline{3.3}$	3.a	$3.1\ \underline{3.2\ 3.3}$	1.a

Der Begriff der **internen semiotischen Grenze**, wie sie in den von den Realitätsthematiken präsentierten strukturellen Realitäten auftaucht, bedeutet also nicht nur 1. eine dichotomische Zäsur innerhalb einer Thematisation, sondern 2. eine Gewichtung, denn das, was thematisiert, ist semiotisch weniger relevant als das, was thematisiert wird. 3. kommt es auf die Richtung der Thematisation an. Und 4. kommt es darauf an, ob die Thematisierenden konvertiert sind oder nicht, denn solche Beispiele (Typen 2.a, 2.b, 3.a) gibt es nur in der vollständigen Menge der $6 \times 27 = 162$ Permutationssysteme.

Bibliographie

Gfesser, Karl, Bemerkungen zum Zeichenband. In: Festschrift für Max Bense, Baden-Baden 1990

Nees, Georg, Grenzzeichen. Baden-Baden 2011

Toth, Alfred, Strukturelle Realitätsmatrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011

Reguläre und irreguläre peircesche Zeichenklassen und Halbordnungen über dem Körper der reellen Semiotik

1. Wie ich bereits in Toth (2006) gezeigt hatte, kann man die 10 Peirceschen Zeichenklassen in eineindeutiger Weise auf 0/1-Matrizen abbilden. Anders ausgesagt: Geht man statt von der von Bense (1981, S. 11 ff.) eingeführten Menge der Primzeichen PZ = {1, 2, 3} von der Menge K = {0, 1} auf, kann man zeigen, dass die Semiotik dem Körper der reellen Zahlen isomorph ist.

2. Aus PZ lassen sich durch Selbstabbildung PZ $\times$ PZ natürlich nicht nur die 10 „regulären", der Halbordnung a ≤ b ≤ c folgenden Zeichenklassen des Schemas (3.a 2b 1.c), sondern zusätzlich 17 „irreguläre" Zeichenrelationen bilden, wo diese Ordnung nicht befolgt ist und die daher merkwürdigerweise nicht als „Klassen" bezeichnet werden. (Dazu gehört auch die Hauptdiagonale der semiotischen Matrix (3.3 2.2 1.1 mit Ordnung a > b > c [!!]).

3. Anderseits gibt es – wie man z.B. anhand der im folgenden reproduzierten Abbildung aus Sierpiński (1958, S. 192) ersehen kann – nur 19 Halbordnungen über K = {0, 1}:

$$
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 & 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 1 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 & 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 0 & 1 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 & 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 & 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 1 \\ c & 0 & 0 & 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ c & 1 & 0 & 0 \end{array}
$$

$$
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 1 & 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 1 & 1 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 0 & 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 & 1 \\ c & 0 & 0 & 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 0 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ c & 1 & 1 & 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 0 & 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 1 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 1 & 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 0 & 1 \\ b & 0 & 0 & 1 \\ c & 0 & 0 & 0 \end{array}
$$

$$
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 1 & 1 \\ b & 0 & 0 & 1 \\ c & 0 & 0 & 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 1 & 1 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ c & 0 & 1 & 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 0 & 1 \\ b & 1 & 0 & 1 \\ c & 0 & 0 & 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 & 1 \\ c & 1 & 0 & 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 1 & 0 \\ b & 0 & 0 & 0 \\ c & 1 & 1 & 0 \end{array}
\quad
\begin{array}{c|ccc} & a & b & c \\ \hline a & 0 & 0 & 0 \\ b & 1 & 0 & 0 \\ c & 1 & 1 & 0 \end{array}
$$

Wie man also sieht, gibt es noch viel mehr Halbordnungen, wenn man von der semiotischen Matrix

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 1.2 & 1.3 \\ 2.1 & 2.2 & 2.3 \\ 3.1 & 3.2 & 3.3 \end{pmatrix} \rightarrow \begin{pmatrix} ▣ & ▣ & ▣ \\ ▣ & ▣ & ▣ \\ ▣ & ▣ & ▣ \end{pmatrix}$$

mit ▣ = K = {0, 1} ausgeht und dabei folgende Bedingungen stellt:

Jede Zeile oder Spalte muss genau ein ■ enthalten, während alle anderen Einträge der entsprechenden Zeile oder Spalte □ sind. Daraus folgt, dass in keiner Zeile oder Spalte mehr als ein ■ stehen (weil die Zeilen und Spalten in getrennten Matrizen dargestellt werden, die zu einer Transponierte sind). Dann kann, ausgehend von Eintrag a_{11}, dieses mit sich selbst und allen übrigen 8 Einträgen kombiniert werden, d.h. es gibt 9 Kombinationen. Dasselbe wird mit dem nächsten Zeilenelement a_{21} gemacht und schliesslich mit dem übernächsten, d.h. a_{31}. Man bekommt somit auf diese Weise genau 3 mal 9 = 27 Matrizen mit genau 3 ■ pro Matrize. Diese entsprechen wegen der Definition von K also den 27 semiotischen Halbordnungen und erfassen damit nicht nur die 10 regulären, sondern auch ihre „komplementäre" 17 „irregulären" Zeichenrelationen, die sonst durch die 3^3 = 27 triadischen Subzeichen-Kombintionen gewonnen werden.

Bibliographie

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Sierpiński, Wacław, Cardinal and Ordinal Numbers. Warszawa 1958

Toth, Alfred, Grundlegung einer mathematischen Semiotik. Klagenfurt 2006, 2. Aufl. 2008

Auswahlfunktionen aus semiotischen Matrizen

1. Die zuletzt in Toth (2011b) präsentierte Hyper-Matrix

	1	2	3	1	2	3	1	2	3
1									
2		K_{11}			K_{12}			K_{13}	
3									
1									
2		K_{21}			K_{22}			K_{23}	
3									
1									
2		K_{31}			K_{32}			K_{33}	
3									

in der jedes Subzeichen eine semiotischen Matrix dann eine eigene Kontextur zugewiesen bekommt, falls ihre zugehörige Matrix keine der beiden Diagonalen von Benses semiotischer Matrix enthält, kann durch die folgenden drei Ungleichungen charakterisiert werden

1. $(a.b)_{ij} \neq (b.a)_{ij}$,

2. $(a.b)_{ij} \neq (a.b)_{ji}$

3. $(a.b)_{ij} \neq (b.a)_{ji}$

2. Wie aus den Vorgängerarbeiten bekannt (vgl. z.B. Toth 2011a), ermöglichen die hier erarbeiteten Grundlagen, z.B. semiotische Matrizen wie die folgende zu konstruieren

$$\begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{2} & 1.1 \\ 3.2 & 2.\underline{1} & 1.2 \\ 3.3 & 2.\underline{3} & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{2} & 1.1 \\ 3.2 & 2.\underline{3} & 1.2 \\ 3.3 & 2.\underline{1} & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{1} & 1.1 \\ 3.2 & 2.\underline{3} & 1.2 \\ 3.3 & 2.\underline{2} & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{3} & 1.1 \\ 3.2 & 2.\underline{1} & 1.2 \\ 3.3 & 2.\underline{2} & 1.3 \end{pmatrix}$$

in denen zwar die Triaden, nicht aber die Trichotomien homogen sind. Es stellt sich daher die Frage, wie eine Zeichendefinition aussehen muß, welche dieser Tatsache Rechnung trägt. Offenbar kann man weiterhin ausgehen von

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c ∈ {1, 2, 3},

aber die von Bense so genannte „Wohlordnung“ (a ≤ b ≤ c) gilt nicht mehr. Da alle Permutationen der Trichotomienmenge {1, 2, 3} erlaubt sind, müssen auch sämtliche möglichen Ordnungen und ihre Kombinationen an Stelle der „Wohlordnung“ gelten. Wir müssen somit eine Auswahlfunktion ansetzen, welche die gewünschten Belegungen für alle Variablen in der den obigen Matrizen zugrunde liegenden allgemeinen Matrize

3.a	2.b	1.c
3.d	2.e	1.f
3.g	2.h	1.i

vornimmt, d.h. es muß gelten

(a, b, c), (d, e, f), (g, h, i) ∈ $\mathfrak{P}$(1, 2, 3). Wegen der in Toth (2011c) besprochenen Probleme muß jedoch an der paarweisen Verschiedenheit der drei Elemente jeder der drei Teilmengen festgehalten werden, so daß also zwei Tripel (a, b, c) und (a‘, b‘, c) genau dann gleich sind, wenn a = a‘, b = b‘ und c = c‘ ist. Man erhält auf diese Weise die trichotomischen Ordnungen

$a < b < c$	$a > b > c$	$a \leqq b \leqq c$	$a \geqq b \geqq c$	$a < b > c$	$a \leqq b \geqq c$
$a < b = c$	$a > b = c$	$a \leqq b = c$	$a \geqq b = c$	$a > b < c$	$a \geqq b \leqq c$
$a = b < c$	$a = b > c$	$a = b \leqq c$	$a = b \geqq c$		

unter gleichzeitiger Beibehaltung der triadischen Ordnung

3. > 2. > 1.

und damit innerhalb der Zeichendefinition zwei völlig verschiedene Zahlbegriffe, von denen nur noch derjenige der triadischen Ordnung dem Nachfolgeprinzip der Peano-Zahl entspricht (vgl. Bense 1975, S. 168 ff.). Mit der Eindeutigkeit der triadischen Peirce-Zahl geht somit eine Mehrdeutigkeit der trichotomischen Peirce-

Zahl einher, allerdings ist diese Mehrdeutigkeit insofern determiniert, als dem einen Zahlenschema des Peirceschen Zeichens

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit $a \leqq b \leqq c$

nunmehr 16 Zahlenschemata

ZR* = (3.a 2.b 1.c) mit $a, b, c \in \{(a < b < c), (a > b > c), (a \leqq b \leqq c), (a \geqq b \geqq c), (a < b > b), (a \leqq b \geqq c), (a < b = c), (a > b = c), (a \leqq b = c), (a \geqq b = c), (a > b < c), (a \geqq b \leqq c), (a = b < c), (a = b > c), (a = b \leqq c), (a = b \geqq c)\}$.

Da alle drei Variablen a, b, c mit den trichotomischen Werten 1, 2, 3 somit einschränkungslos belegt werden können, erhält man also 16 Ordnungstypen von je $3^3 = 27$ Zeichenklassen, zusammen also 432 verschiedene Zeichenklassen.

Bibliographie

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Toth, Alfred, Subzeichen und ihre Kontexturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Transdyadizität und Transkontexturalität. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

Toth, Alfred, Die semiotische Matrix als Kontextur. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011c

Die Aufhebung der triadischen Ordnung

1. Die triadische Ordnung des Zeichens, und zwar in ihrer retrosemiosischen Gestalt

ZR = (3.a 2.b 1.c),

d.h. (3 > 2 > 1) bildet ein Herzstück der Peirceschen Zeichentheorie, da sie unmittelbar mit Peirce's „pragmatischer Maxime" zusammenhängt (vgl. Walther 1989, S. 133 ff.). Sie unterscheidet ferner Zeichenthematik und Realitätsthematik, da die letztere die konverse Ordnung (3 < 2 < 1) besitzt. Weitere semiotische Ordnungen wurden bereits von Bense (1971, S. 33 ff.) vorgeschlagen, z.B. die kommunikative Ordnung (3 > 1 < 2) und die beiden möglichen kreativen Ordnungen (3 > 1 < 2, 1 < 3 > 2), usw. Allerdings ist die universelle Alleingültigkeit der Ordnung (3 > 2 > 1) auch deshalb angreifbar, weil das Medium M in dieser Ordnung nicht vermittelt (vgl. van den Boom 1981), denn man würde die Ordnung (3 > 1 < 2) oder (2 > 1 < 3) erwarten.

2. Nun hatten wir in Toth (2011b) die trichotomische Ordnung des Zeichens aufgehoben, indem wir die Peirce-Bensesche Zeichendefinition

ZR = (3.a 2.b 1.c) mit $a \leqq b \leqq c$)

durch die folgende Definition des Zeichens ersetzten

ZR* = (3.a 2.b 1.c) mit a, b, c $\in$ {$(a < b < c)$, $(a > b > c)$, $(a \leqq b \leqq c)$, $(a \geqq b \geqq c)$, $(a < b > b)$, $(a \leqq b \geqq c)$, $(a < b = c)$, $(a > b = c)$, $(a \leqq b = c)$, $(a \geqq b = c)$,$(a > b < c)$, $(a \geqq b \leqq c)$, $(a = b < c)$, $(a = b > c)$, $(a = b \leqq c)$, $(a = b \geqq c)$}.

Auf der Grundlage von ZR* kann man z.B. die in Toth (2011a) konstruierten Matrizen

$$\begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{2} & 1.1 \\ 3.2 & 2.\underline{1} & 1.2 \\ 3.3 & 2.\underline{3} & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{2} & 1.1 \\ 3.2 & 2.\underline{3} & 1.2 \\ 3.3 & 2.\underline{1} & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{1} & 1.1 \\ 3.2 & 2.\underline{3} & 1.2 \\ 3.3 & 2.\underline{2} & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{3} & 1.1 \\ 3.2 & 2.\underline{1} & 1.2 \\ 3.3 & 2.\underline{2} & 1.3 \end{pmatrix}$$

erzeugen, bei denen zwar die triadischen, nicht aber die trichotomischen Ordnungen des Peirceschen Zeichens intakt sind. Auf diese Weise gibt es statt des einen Peirceschen Zeichenschemas 16 Schemata, und da für a, b und c alle drei trichotomischen Werte 1, 2 und 3 einsetzbar sind, gibt es total anstatt 10 nunmehr 16 mal 27 = 432 differenzierbare Zeichenklassen.

3. Allerdings sind damit die mathematischen Möglichkeiten weder was die Konstruktion von Matrizen noch was diejenige von Zeichenklassen betrifft, ausgeschöpft. Wenn wir auch noch die triadische Ordnung variabel sein lassen, d.h. die Peircesche Ordnung (3 > 2 > 1) durch die Menge von Ordnungen {(1 < 2 < 3), (1 > 2 > 3), (1 ≦ 2 ≦ 3), (1 ≧ 2 ≧ 3), (1 < 2 > 3), (1 ≦ 2 ≧ 3), (1 < 2 = 3), (1 > 2 = 3), (1 ≦ 2 = 3), (1 ≧ 2 = 3),(1 > 2 < 3), (1 ≧ 2 ≦ 3), (1 = 2 < 3), (1 = 2 > 3), (1 = 2 ≦ 3), (1 = 2 ≧ 3)} ersetzen, können wir z.B. Matrizen wie die folgenden erzeugen

$$\begin{pmatrix} 1.1 & 2.\underline{2} & 3.1 \\ 3.2 & 2.\underline{1} & 1.2 \\ 2.3 & 3.\underline{3} & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 3.1 & 2.\underline{2} & 1.1 \\ 3.2 & 1.\underline{3} & 2.2 \\ 3.3 & 2.\underline{1} & 1.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1.1 & 2.\underline{1} & 3.1 \\ 3.2 & 2.\underline{3} & 1.2 \\ 3.3 & 1.\underline{2} & 2.3 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 2.1 & 1.\underline{3} & 2.1 \\ 1.2 & 2.\underline{1} & 2.2 \\ 1.3 & 2.\underline{2} & 3.3 \end{pmatrix}$$

wobei zu bemerken ist, daß auch hier noch die Forderung der paarweisen Verschiedenheit der (a, b, c) ∈ {1, 2, 3} bestehen bleibt, da mit der Aufhebung dieser Einschränkung zwar die Menge konstruierbarer Matrizen schnell ansteigt, aber gleichzeitig auch die Menge an identischen, so daß die Aufhebung dieser Forderung nichts wesentlich Neues bringt.

Bibliographie

Bense, Max, Zeichen und Design. Baden-Baden 1971

Toth, Alfred, Subzeichen und ihre Kontexturen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011a

Toth, Alfred, Auswahlfunktionen aus semiotischen Matrizen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2011b

van den Boom, Holger, Die Ursprünge der Peirceschen Zeichentheorie. In: Zeitschrift für Semiotik 3/1, 1981, S. 23-39

Walther, Elisabeth, Charles Sanders Peirce. Baden-Baden 1989

Semiotisch-ontische Modelle und Bedeutungsklassen

1. Bense ap. Walther (1979, S. 80) hatte die Menge der triadischen semiotischen Relationen, welche über der allgemeinen Peirceschen Zeichenrelation

Zkl = (3.a 2.b 1.c) mit $(a \leq b \leq c)$

unter Elimination der angegebenen Ordnungsrestriktion entstehen, als Bedeutungsklassen bezeichnet, deren es somit $3^3 = 27$ für eine triadische Relation gibt. Es erhebt sich die Frage nach dem metapyhsischen Status dieser Bedeutungsklassen. Da sie die 10 durch $(a \leq b \leq c)$ geordneten Peirceschen Zeichenklassen enthalten, könnte man somit im Sinne weiterer alternativer Modelle des in Toth (2012a) eingeführten und in Toth (2012b) durch weitere Modelle ergänzten semiotisch-ontischen Modells die Differenzmenge zwischen der Menge der 27 Bedeutungsklassen und der Menge der 10 Zeichenklassen als "ontische" Klassen definieren, zumal sie ja genau wie die in Toth (2012b) durch gruppentheoretische Operatoren konstruierten komplementären Zeichenrelationen fungieren.

2. Wenn wir die 6 Permutationen der paarweise verschiedenen Elemente der Zkl zugrunde liegenden Primzahlenrelation PZ (vgl. Bense 1981, S. 17 ff.) anschauen, dann erzeugen

(1, 2, 3)	(2, 1, 3)
(1, 3, 2)	(1, 3, 2)
(2, 3, 1)	(1, 2, 3)

genau die 3 möglichen semiotischen Gruppen (PZ, $\circ_1$), (PZ, $\circ_2$) und (PZ, $\circ_3$) der 3 in Toth (2012b) eingeführten alternativen semiotisch-ontischen Modelle. Wenn wir hingegen die 27 Permutationen von nur je 2 Elementen aus PZ anschauen, dann erzeugen, wie man leicht nachprüft

(1, 1, 1)	(2, 1, 1)	(3, 1, 1)
(1, 1, 2)	(2, 1, 2)	(3, 1, 2)
(1, 1, 3)	(2, 1, 3)	(3, 1, 3)
(1, 2, 1)	(2, 2, 1)	(3, 2, 1)

(1, 2, 2)	(2, 2, 2)	(3, 2, 2)
(1, 2, 3)	(2, 2, 3)	(3, 2, 3)
(1, 3, 1)	(2, 3, 1)	(3, 3, 1)
(1, 3, 2)	(2, 3, 2)	(3, 3, 2)
(1, 3, 3)	(2, 3, 3)	(3, 3, 3)

genau die 9 möglichen über PZ definieren kommutativen und nicht-kommutativen semiotischen Quasigruppen (PZ, $\circ_4$) bis (PZ, $\circ_{12}$).

Kommutative Quasigruppen

1. Die kommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_4$)

1.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_4 1 = 3$; $1 \circ_4 2 = 2 \circ_4 1 = 2$; $1 \circ_4 3 = 3 \circ_4 1 = 1$; $2 \circ_4 2 = 1$; $2 \circ_4 3 = 3 \circ_4 2 = 3$; $3 \circ_4 3 = 2$.

1.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_4 (2 \circ_4 3) = 1 \neq (1 \circ_4 2) \circ_4 3 = 3$; $3 \circ_4 (3 \circ_4 1) = 1 \neq (3 \circ_4 3) \circ_4 1 = 2$, usw.

1.3. Einselemente: $1 \circ_4 3 = 3 \circ_4 1 = 1$; $2 \circ_4 1 = 1 \circ_4 2 = 2$; $3 \circ_4 2 = 2 \circ_4 3 = 3$.

2. Die kommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_5$)

2.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_5 1 = 1$; $1 \circ_5 2 = 2 \circ_5 1 = 3$; $1 \circ_5 3 = 3 \circ_5 1 = 2$; $2 \circ_5 2 = 2$; $2 \circ_5 3 = 3 \circ_5 2 = 1$; $3 \circ_5 3 = 3$.

2.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_5 (2 \circ_5 3) = 1 \neq (1 \circ_5 2) \circ_5 3 = 3$; $3 \circ_5 (3 \circ_5 1) = 1 \neq (3 \circ_5 3) \circ_5 1 = 2$, usw.

2.3. Einselemente: $1 \circ_5 1 = 1$; $2 \circ_5 2 = 2$; $3 \circ_5 3 = 3$. (Weil hier jedes Element idempotent ist, ist (PZ, $\circ_5$) eine Steiner-Quasigruppe.)

3. Die kommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_6$)

3.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_6 1 = 2$; $1 \circ_6 2 = 2 \circ_6 1 = 1$; $1 \circ_6 3 = 3 \circ_6 1 = 3$; $2 \circ_6 2 = 3$; $2 \circ_6 3 = 3 \circ_6 2 = 2$; $3 \circ_6 3 = 1$.

3.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_6 (2 \circ_6 3) = 1 \neq (1 \circ_6 2) \circ_6 3 = 3$; $3 \circ_6 (3 \circ_6 1) = 1 \neq (3 \circ_6 3) \circ_6 1 = 2$, usw.

3.3. Einselemente: $1 \circ_6 2 = 2 \circ_6 1 = 1$; $2 \circ_6 3 = 3 \circ_6 2 = 2$; $3 \circ_6 1 = 1 \circ_6 3 = 3$.

Die drei Quasigruppen (PZ, $\circ_4$), (PZ, $\circ_5$) und (PZ, $\circ_6$) bilden also Loops, da sie Einselemente haben, wobei die entsprechenden Links- und Rechtsinversen jeweils zusammenfallen.

Nichtkommutative Quasigruppen

4. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_7$)

4.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_7 1 = 3$; $1 \circ_7 2 = 1 \neq 2 \circ_7 1 = 2$; $1 \circ_7 3 = 2 \neq 3 \circ_7 1 = 1$; $2 \circ_7 2 = 3$; $2 \circ_7 3 = 1 \neq 3 \circ_7 2 = 2$; $3 \circ_7 3 = 3$.

4.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_7 (2 \circ_7 3) = 3 \neq (1 \circ_7 2) \circ_7 3 = 2$, usw.

4.3. Einselemente: $1 \circ_7 2 = 1 \neq 2 \circ_7 1 = 2$; $2 \circ_7 1 = 2 \neq 1 \circ_7 2 = 1$; $3 \circ_7 3 = 3$.

5. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_8$)

5.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_8 1 = 3$; $1 \circ_8 2 = 2 \neq 2 \circ_8 1 = 1$; $1 \circ_8 3 = 1 \neq 3 \circ_8 1 = 2$; $2 \circ_8 2 = 3$; $2 \circ_8 3 = 2 \neq 3 \circ_8 2 = 1$; $3 \circ_8 3 = 3$.

5.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_8 (3 \circ_8 2) = 3 \neq (1 \circ_8 3) \circ_8 2 = 2$, usw.

5.3. Einselemente: $1 \circ_8 3 = 1 \neq 3 \circ_8 1 = 2$; $2 \circ_8 3 = 2 \neq 3 \circ_8 2 = 1$; $3 \circ_8 3 = 3$.

6. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_9$)

6.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_9 1 = 2$; $1 \circ_9 2 = 1 \neq 2 \circ_9 1 = 3$; $1 \circ_9 3 = 3 \neq 3 \circ_9 1 = 1$; $2 \circ_9 2 = 2$; $2 \circ_9 3 = 1 \neq 3 \circ_9 2 = 3$; $3 \circ_9 3 = 2$.

6.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_9 (2 \circ_9 3) = 2 \neq (1 \circ_9 2) \circ_9 3 = 3$, usw.

6.3. Einselemente: $1 \circ_9 2 = 1 \neq 2 \circ_9 1 = 3$; $2 \circ_9 2 = 2$; $3 \circ_9 2 = 3 \neq 2 \circ_9 3 = 1$.

7. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_{10}$)

7.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_{10} 1 = 2$; $1 \circ_{10} 2 = 3 \neq 2 \circ_{10} 1 = 1$; $1 \circ_{10} 3 = 1 \neq 3 \circ_{10} 1 = 3$; $2 \circ_{10} 2 = 2$; $2 \circ_{10} 3 = 3 \neq 3 \circ_{10} 2 = 1$; $3 \circ_{10} 3 = 2$.

7.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_{10} (2 \circ_{10} 3) = 1 \neq (1 \circ_{10} 2) \circ_{10} 3 = 2$, usw.

7.3. Einselemente: $1 \circ_{10} 3 = 1 \neq 3 \circ_{10} 1 = 3$; $2 \circ_{10} 2 = 2$; $3 \circ_{10} 1 = 3 \neq 1 \circ_{10} 3 = 1$.

8. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_{11}$)

8.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_{11} 1 = 1$; $1 \circ_{11} 2 = 2 \neq 2 \circ_{11} 1 = 3$; $1 \circ_{11} 3 = 3 \neq 3 \circ_{11} 1 = 2$; $2 \circ_{11} 2 = 1$; $2 \circ_{11} 3 = 2 \neq 3 \circ_{11} 2 = 3$; $3 \circ_{11} 3 = 1$.

8.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $2 \circ_{11} (1 \circ_{11} 3) = 2 \neq (2 \circ_{11} 1) \circ_{11} 3 = 1$, usw.

8.3. Einselemente: $1 \circ_{11} 1 = 1$; $2 \circ_{11} 3 = 2 \neq 3 \circ_{11} 2 = 3$; $3 \circ_{11} 2 = 3 \neq 2 \circ_{11} 3 = 2$.

9. Die nichtkommutative Quasigruppe (PZ, $\circ_{12}$)

9.1. Abgeschlossenheit: $1 \circ_{12} 1 = 1$; $1 \circ_{12} 2 = 3 \neq 2 \circ_{12} 1 = 2$; $1 \circ_{12} 3 = 2 \neq 3 \circ_{12} 1 = 3$; $2 \circ_{12} 2 = 1$; $2 \circ_{12} 3 = 3 \neq 3 \circ_{12} 2 = 2$; $3 \circ_{12} 3 = 1$.

9.2. Die Assoziativitätsbedingung ist i.a. nicht erfüllt: $1 \circ_{12} (2 \circ_{12} 3) = 2 \neq (1 \circ_{12} 2) \circ_{12} 3 = 1$, usw.

9.3. Einselemente: $1 \circ_{12} 1 = 1$; $2 \circ_{12} 1 = 2 \neq 1 \circ_{12} 2 = 3$; $3 \circ_{12} 1 = 3 \neq 1 \circ_{12} 3 = 2$.

Bei den sechs Quasigruppen (PZ, $\circ_7$) bis (PZ, $\circ_{12}$) gilt also $a^\lambda \neq a^\rho$, d.h. die entsprechenden Links- und Rechtsinversen fallen nicht zusammen. Semiotisch würde dies bedeuten, daß auf ein Subzeichen der Form (a.b) also nicht dieselben Austauschregeln semiotischer Werte anwendbar sind wie auf seine Konverse (b.a). Da die Einselemente von Quasigruppen nicht mehr eindeutig sind, d.h. da eine Quasigruppe mehr als 1 Einselement hat, werden also sozusagen innerhalb eines semiotisch-ontischen Modells mehrere Austauschrelationen gleichzeitig vollzogen, und damit (und wegen des Nicht-Zusammenfalls von Links- und Rechtsinversen) sind diese Austauschrelationen innerhalb von aus Normalform und ihrer Konverse zusammengesetzten semiotischen Teilsystemen also nicht mehr zyklisch, d.h. es schleichen sich sozusagen heterarchische Relationen in das hierarchische semiotische System ein.

Literatur

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Toth, Alfred, Dreiteilung der semiotischen Systemtheorie. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Alternative Modelle des vollständigen ontisch-semiotischen Systems. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Systemstrukturen bei Bedeutungsklassen

1. In Toth (2012) hatten wir gezeigt, daß sich die zur Menge der 10 Peirce-Benseschen Zeichenrelationen komplementäre Menge von 17 Bedeutungsklassen (aus der Gesamtmenge der über einer triadischen Relation möglichen 3^3 = 27 Bedeutungsklassen; vgl. Bense ap.Walther 1979, S. 80) mit Hilfe von Quasigruppen-Operatoren über der gleichen Menge von Primzeichen erzeugen lassen, über der gruppentheoretisch (auf genau drei Arten) die Menge der Zeichenklassen erzeugbar ist. Es ist daher sinnvoll, diese komplementäre Menge von 17 Bedeutungsklassen als "komplementäre" Zeichenklassen (K(Zkl)) zu bezeichnen. Dabei handelt es sich einfach um genau jene auf der triadischen Relation

BR = (1.a 2.b 3.c) (mit a, b, c ∈ {1, 2, 3})

erzeugbaren Relationen, für welche die für die Teilmenge der Peirceschen Relationen gültige Ordnung (a ≤ b ≤ c) nicht gilt. Da sämtliche 27 Bedeutungsklassen sich eineindeutig auf ihre trichotomischen Werte abbilden lassen, sind es also genau die in der folgenden Gesamtmenge L = {Zkl} ∪ {K(Zkl)} unterstrichenen triadischen Relationen:

(1, 1, 1)	($\underline{1, 2, 1}$)	($\underline{1, 3, 1}$)
(1, 1, 2)	(1, 2, 2)	($\underline{1, 3, 2}$)
(1, 1, 3)	(1, 2, 3)	(1, 3, 3)
($\underline{2, 1, 1}$)	($\underline{2, 2, 1}$)	($\underline{2, 3, 1}$)
($\underline{2, 1, 2}$)	(2, 2, 2)	($\underline{2, 3, 2}$)
($\underline{2, 1, 3}$)	(2, 2, 3)	(2, 3, 3)
($\underline{3, 1, 1}$)	($\underline{3, 2, 1}$)	($\underline{3, 3, 1}$)
($\underline{3, 1, 2}$)	($\underline{3, 2, 2}$)	($\underline{1, 3, 2}$)
($\underline{3, 1, 3}$)	($\underline{3, 2, 3}$)	($\underline{3, 3, 3}$)

2. Allerdings sind diese 27 Bedeutungsklassen noch immer durch das semiotische Triadizitätsgesetz beschränkt, welches besagt, daß in einer

triadischen Relation jede der drei semiotischen Primzeichen genau einmal aufscheinen muß. Das Triadizitätsgesetz entspricht daher der Forderung der paarweisen Verschiedenheit der Relata. Hebt man diese Forderung indessen auf, dann bekommt man die in Toth (2009) dargestellten 243 "Sinnklassen", in der also auch Relationen wie z.B. (2.1 3.1 2.2) oder (2.2 2.2 2.2) zugelassen sind. Das bedeutet aber, daß die für die Komplementärmenge zwischen der Menge der Sinnklassen und der Menge der Bedeutungsklassen zuständige allgemeine triadische Relation nicht BR, ist, sondern

SR = (a.b c.d e.f).

Ferner lassen sich über SR konstruierte konkrete Relationen natürlich nicht mit den trichotomischen Werten allein darstellen. Schließlich, und für uns am wichtigsten, ist aber, daß nur die Menge

$S = \{SR\} \setminus \{BR\}$

über Systemstrukturen verfügt, die sich weder in {BR} noch in {ZR} finden lassen. Anders gesagt: Den der triadischen Peirce-Benseschen Zeichenrelation

$ZR^3 = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow I] \rightarrow A]]$

zugrundeliegenden Typus verschachtelter Relationen finden wir sowohl in {ZR} als auch {BR}, und es sind die in diesen beiden Mengen einzigen vorkommenden systemischen Partialrelationen. Erst der Schritt von $\{BR\} \rightarrow \{SR\}$, d.h. zur Bildung der Menge $S = \{SR\} \setminus \{BR\}$, deckt neue Systemstrukturen auf, welche dank der vielfachen Beschränkungen an die Relation ZR^3 innerhalb von $\{ ZR^3\}$ nicht auftreten.

Literatur

Toth, Alfred, Sinn-, Bedeutungs- und Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Semiotisch-ontische Modelle und Bedeutungsklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Variationen semiotischer Systemstrukturen

1. Wir unterscheiden im Anschluß an Toth (2009, 2012) bei triadischen semiotischen Relationen zwischen den folgenden Mengen:

1.1. Der Menge {ZKl} der Zeichenklassen. Sie beruhen auf der allgemeinen Relation

ZKl = (1.a 2.b 3.c)

mit $a \leq b \leq c$ sowie a, b, c ∈ {1, 2, 3}. Aus ihnen sind genau die 10 Peirce-Benseschen Zeichenklassen (Zkl) konstruierbar.

1.2. Der Menge {BKl} mit

BKl = (1.a 2.b 3.c)

und a, b, c ∈ {1, 2, 3}. D.h., man erhält durch Aufhebung der für Zkl gültigen Ordnungsbeschränkungen genau $3^3 = 27$ Bedeutungsklassen (vgl. Bense ap. Walther 1979, S. 80). Dabei umfaßt also die Differenzmenge B = {BKl \ Zkl} genau die 17 Bedeutungsklassen, für die die Ordnungsgeschränkungen nicht gelten.

1.3. Der Menge {SKl} mit

SKl = (a.b c.d e.f),

bei denen also die Triadizitätsbeschränkung, d.h. die Forderung paarweiser Verschiedenheit der triadischen Werte, für alle Partialrelationen aufgehoben ist. Auf diese Weise erhält man genau 243 Sinnklassen (vgl. Toth 2009).

2. Sehen wir uns die trichotomischen Wertfolgenden der Elemente von B = {BKl \ Zkl} an

B = {(1, 2, 1), (1, 3, 1), (1, 3, 2), (2, 1, 1), (2, 2, 1), (2, 3, 1) (2, 1, 2), (2, 3, 2), (2, 1, 3), (3, 1, 1), (3, 2, 1), (3, 3, 1), (3, 1, 2), (3, 2, 2), (1, 3, 2), (3, 1, 3), (3, 2, 3)},

so läßt jede der ihnen zugrunde liegenden abstrakten Struktur (a, b, c) die folgenden 3 relationalen Interpretationen zu:

(a, b, c), (a, (b, c)), ((a, b), c) für a, b, c ∈ {1, 2, 3}.

Das sind jedoch genau dieselben Strukturvarianten, wie sie auch für die Elemente der Obermenge {SKl} gelten. Diese korrespondieren somit den arithmetischen Folgen

(1, 2, 3), (1, (2, 3)), ((1, 2), 3);

(1, 3, 2), (1, (3, 2)), ((1, 3), 2);

(2, 1, 3), (2, (1, 3)), ((2, 1), 3);

(2, 3, 1), (2, (3, 1)), ((2, 3), 1);

(3, 1, 2), (3, (1, 2)), ((3, 1), 2);

(3, 2, 1), (3, (2, 1)), ((3, 2), 1).

Bedenkt man nun, daß in der systemischen Semiotik

$ZKl^3 = [[A \rightarrow I], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A]], [[[A \rightarrow I] \rightarrow A] \rightarrow I]]$

gilt, dann bekommt man also die folgende Menge systemisch-semiotischer Entsprechung der obigen Zahlenfolgen

(1, (1, 2), (1, 2, 3)), (1, ((1, 2), (1, 2, 3))), ((1, (1, 2)), (1, 2, 3));

(1, (1, 2, 3), (1, 2)), (1, ((1, 2, 3), (1, 2))), ((1, (1, 2, 3)), (1, 2));

((1, 2), 1, (1, 2, 3)), ((1, 2), (1, (1, 2, 3))), (((1, 2), 1), (1, 2, 3));

((1, 2), (1, 2, 3), 1), ((1, 2), ((1, 2, 3), 1)), (((1, 2), (1, 2, 3)), 1);

((1, 2, 3), 1, (1, 2)), ((1, 2, 3), (1, (1, 2))), (((1, 2, 3), 1), (1, 2));

((1, 2, 3), (1, 2), 1), ((1, 2, 3), ((1, 2), 1)), (((1, 2, 3), (1, 2)), 1).

Literatur

Toth, Alfred, Sinn-, Bedeutungs- und Zeichenklassen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2009

Toth, Alfred, Systemstrukturen bei Bedeutungsklassen, In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979

Relationale Strukturen und Zahlenfolgen

1. Gehen wir von der allgemeinen Form der Peirce-Benseschen triadischen Zeichenrelation

$ZR^3 = (1.a, 2.b, 3.c)$ mit $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$

aus, so lassen sich alle aus ZR^3 konstruierbaren konkreten Zeichenrelationen in eindeutiger Weise durch die Folge ihrer Trichotomien, d.h. durch T = (a, b, c) charakterisieren (i.a.W., es gibt eine bijektive Abbildung von ZR^3 auf T). Zunächst erhalten wir für T die folgende Menge relationaler Strukturen T(S):

$T(S) = (a, b, c), (a, (b, c)), ((a, b), c)$ für $a, b, c \in \{1, 2, 3\}$.

2. Nun gilt allerdings mit Bense (1979, S. 53)

$ZR^3 = (1.a, 2.b, 3.c) := (1.a, (1.a, 2.b), (1.a, 2.b, 3.c))$,

d.h. das Zeichen wird als eine triadische, sich selbst enthaltende, "Relation über Relationen" oder "verschachtelte" Relation über einer monadischen, dyadischen und triadischen Teilrelation (besser: Menge von mon., dyad. u. triad. Teilrelationen) definiert. Damit bekommen wir also (mit Weglassung der Klammern)

$T = (a, b, c) := (a, (a, b), (a, b, c)) = (a, a, b, a, b, c)$,

d.h. natürlich eine fraktale Zahlenfolge, die für n-adische Relationen mit n = 3 mit dem Anfang der "doubly fractal sequence" A002260 (OEIS) korrespondiert:

A002260 Integers 1 to k followed by integers 1 to k+1 etc. (a fractal sequence).

1, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 1, 2, 3

3.1. Da jedoch die Belegung der Elemente von T frei ist, müssen auch die Permutationen von T, d.h. $\wp(T) = ((a, b, c), (a, c, b), (b, a, c), (b, c, a), (c, a, b), (c, b, a))$, berücksichtigt werden, denn diese Strukturen sind weder semiotisch noch arithmetisch paarweise isomorph. Um $\wp(T)$ aufzuzeigen, führen wir für die verbleibenden fünf Fälle die Klammerung wieder ein. Für den ersten, soeben behandelten Fall haben wir natürlich

(1, (1, 2), (1, 2, 3)), (1, ((1, 2), (1, 2, 3))), ((1, (1, 2)), (1, 2, 3)).

3.2. (1, (1, 2, 3), (1, 2)), (1, ((1, 2, 3), (1, 2))), ((1, (1, 2, 3)), (1, 2))

A194832 Triangular array (and fractal sequence): row n is the permutation of (1,2,...,n) obtained from the increasing ordering of fractional parts {r}, {2r}, ..., {nr}, where r=-tau=-(1+sqr(5))/2.

1, 1, 2, 3, 1, 2, 3, 1, 4, 2, 3, 1, 4, 2, 5, 3, 6, 1, 4, 2, 5, 3, 6, 1, 4, 7, 2, 5, 8, 3, 6, 1, 4, 7, 2, 5, 8, 3, 6, 1, 9, 4, 7, 2, 5, 8, 3, 6, 1, 9, 4, 7, 2, 10, 5, 8, 3, 11, 6, 1, 9, 4, 7, 2, 10, 5, 8, 3, 11, 6, 1, 9, 4, 12, 7, 2, 10, 5, 8, 3, 11, 6, 1, 9, 4, 12, 7, 2, 10, 5, 13, 8, 3, 11

3.3. ((1, 2), 1, (1, 2, 3)), ((1, 2), (1, (1, 2, 3))), (((1, 2), 1), (1, 2, 3))

A056169 Number of unitary prime divisors of n.

0, 1, 1, 0, 1, 2, 1, 0, 0, 2, 1, 1, 1, 2, 2, 0, 1, 1, 1, 1, 2, 2, 1, 1, 0, 2, 0, 1, 1, 3, 1, 0, 2, 2, 2, 0, 1, 2, 2, 1, 1, 3, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 0, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 1, 2, 2, 1, 2, 1, 2, 1, 0, 2, 3, 1, 1, 2, 3, 1, 0, **1, 2, 1, 1, 2, 3,** 1, 1, 0, 2, 1, 2, 2, 2, 2, 1, 1, 2, 2, 1, 2, 2, 2, 1, 1, 1, 1, 0, 1, 3, 1, 1, 3

3.4. ((1, 2), (1, 2, 3), 1), ((1, 2), ((1, 2, 3), 1)), (((1, 2), (1, 2, 3)), 1)

A002260 Integers 1 to k followed by integers 1 to k+1 etc. (a fractal sequence)

1, **1, 2, 1, 2, 3, 1,** 2, 3, 4, 1, 2, 3, 4, 5, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 1, 2, 3, 4, 5, 6, 7, 8, 9, 10, 11, 12, 13, 1, 2, 3

3.5. ((1, 2, 3), 1, (1, 2)), ((1, 2, 3), (1, (1, 2))), (((1, 2, 3), 1), (1, 2))

A000188 (1) Number of solutions to x^2 = 0 (mod n). (2) Also square root of largest square dividing n. (3) Also Max_{ d divides n } GCD[d,n/d]

1, 1, 1, 2, 1, 1, **1, 2, 3, 1, 1, 2,** 1, 1, 1, 4, 1, 3, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 5, 1, 3, 2, 1, 1, 1, 4, 1, 1, 1, 6, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 3, 1, 1, 4, 7, 5, 1, 2, 1, 3, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 3, 8, 1, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 6, 1, 1, 5, 2, 1, 1, 1, 4, 9, 1, 1, 2, 1, 1, 1, 2, 1, 3

3.6. ((1, 2, 3), (1, 2), 1), ((1, 2, 3), ((1, 2), 1)), (((1, 2, 3), (1, 2)), 1)

A190496 [(bn+c)r]-b[nr]-[cr], where (r,b,c)=(sqrt(2),3,2) and []=floor

2, 3, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 0, 2, 3, 1, 2,
1, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 0, 2, 3, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 3, 2,
3, 1, 2, 0, 2, 3, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 0, 2, 3, 1, 2, 1,
2, 3, 1, 3, 1, 2, 3, 2, 3, 1, 2, **1, 2, 3, 1, 2, 1**, 2, 3, 1, 3,
1, 2, 0, 2, 3, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 3, 1, 2, 0, 2, 3, 1, 2, 1, 2,
3, 1, 3, 1, 2, 3, 2, 3, 1, 2, 0, 2, 3, 1, 2, 1, 2, 3, 1, 3, 1,
2, 0

4. An dieser Stelle muß man sich allerdings fragen, wie sich grundätzlich semiotische und arithmetische Folgen unterscheiden. Fassen wir kurz einige zentrale, hier sowie in Toth (2012a-d) gewonnene Ergebnisse zusammen:

4.1. Von (3.a, 2.b, 1.c), also der Peirceschen, mit dem Interpretanten beginnenden, "retrosemiosischen" (der "pragmatischen Maxime" verdankte) Ordnung der dyadischen Partialrelationen, gelangt man zu (1.a, 2.b, 1.c) durch Auflösung der semiotischen Opposition zwischen semiosischer und retrosemiosischer Ordnung, indem man einfach von Relationen und deren Konversen spricht.

4.2. Durch Aufhebung der Ordnungssrestriktion ($a \leq b \leq c$) für die trichotomischen Werte gelangt man von der Menge der 10 Peirceschen Zeichenklassen zur Menge der $3^3 = 27$ Bedeutungsklassen (vgl. Bense ap. Walther 1979, S. 80).

4.3. Durch Aufhebung des Triadizitätsprinzips (der Forderung der paarweisen Verschiedenheit der semiotischen Werte für die Triaden) gelangt man von den 27 Bedeutungsklassen zu den 243 Relationen, welche über dem Schema (a.b, c.d, e.f) für $a, ..., f \in \{1, 2, 3\}$ konstruierbar sind.

4.4. Ein weiterer entscheidender Schritt in der Auflösung semiotischer ad hoc-Limitationen besteht nun darin, die Äquilibration zwischen triadischen und trichotomischen semiotischen Werten aufzuheben. Wie man sich erinnert, läßt sich ja jede triadische Zeichenrelation in drei Dyaden zerlegen (Toth 2012e), und diese sind als kartesische Produkte aus den Benseschen Primzeichen (Bense 1981, S. 17 ff.) durch Selbstabbildung der Menge der Primzeichen in sich selbst ($PZ \times PZ$) definiert, d.h., salopp gesagt, triadische und trichotomische Relationen haben dieselbe "Valenzzahl", da die Werte ja aus ein und demselben Wertevorrat, d.h. PZ, stammen. Wenn wir aber nun für die triadischen (T) und die trichotomischen Primzeichen (t) diese "Valenz-Restriktion" aufheben, haben wir also die möglichen allgemeinen Fälle

$T = t$ (klassischer, Peirce-Bensescher Fall)

$T > t$ (z.B. 3-adische 2-otomische Rel.)

$T < t$ (z.B. 3-adische 4-tomische Rel.)

Die arithmetische Konsequenz der Aufhebung dieser semiotischen ad hoc-Beschränkung, welche nur den Fall $T = t$ erlaubt, ist also, daß bei Zahlenfolgen bei jedem (n+1)-Schritt nicht sämtliche Schritte (1, ..., n) iteriert werden müssen, d.h. es handelt sich bei den durch $T > t$ und $T < t$ konstruierbaren Zahlenfolgen um partielle fraktale Folgen, wie z.B.

$(1, 1, 2, 1, 2, 3) \Rightarrow (1, 1, 2, 1, 3) \Rightarrow (1, 1, 2, 2, 3) \Rightarrow (1, 2, 1, 2, 3) \Rightarrow (1, 1, 2, 3) \Rightarrow (1, 2, 3)$

Wie man anhand dieses Beispiels erkennt, steht also am Ende dieser Folgen-Transformation die "unverschachtelte" Zeichenrelation ZR^3. Daraus geht in Sonderheit hervor, daß die semiotische Interpretation der Folgenglieder 1, 2 und 3 in (1, 2, 3) eine Abbildung der Peirceschen Modalkategorien Möglichkeit, Wirklichkeit und Notwendigkeit auf eine Teilfolge der Folge der natürlichen Zahlen (Peanozahlen, wie bereits Bense 1975, S. 167 ff. sah und Peirce selbst anläßlich seiner "Axioms of Numbers", vgl. Bense 1983, S. 192 ff. gesehen haben muß) darstellt, wobei die Modalkategorien auf irgendeine Teilfolge (abc) abbildbar wäre. Was jedoch eine semiotische Relation von einer arithmetischen Relation unterscheidet, ist die Fraktalität der semiotischen Zahlenfolge, obwohl natürlich nicht jede fraktale Zahlenfolge eo ipso eine Zeichenrelation darstellt und obwohl partielle Fraktalität, wie man in 4.4. gesehen hat, möglich ist, ohne den Zeichenbegriff über Bord zu werfen. **Wir dürfen somit schließen, daß semiotische Relationen eine spezielle Teilklasse selbstähnlicher, d.h. fraktaler Zahlenfolgen sind.**

Literatur

Bense, Max, Semiotische Prozesse und Systeme. Baden-Baden 1975

Bense, Max, Die Unwahrscheinlichkeit des Ästhetischen. Baden-Baden 1979

Bense, Max, Axiomatik und Semiotik. Baden-Baden 1981

Bense, Max, Das Universum der Zeichen. Baden-Baden 1983

Toth, Alfred, Die triadische Zeichenrelation als Fragment einer fraktalen Sequenz. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012a

Toth, Alfred, Skizze einer fraktalen Sequenz-Semiotik unter Einschluss der Nullheit. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012b

Toth, Alfred, Zur Selbstähnlichkeit extrinsischer und intrinsischer Zeichenrelationen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012c

Toth, Alfred, Partiell selbstähnliche Zeichenzahlen-Folgen. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012d

Toth, Alfred, Walthers Vereinigung von Dyaden als Robertson-Triaden. In: Electronic Journal for Mathematical Semiotics, 2012e

Walther, Elisabeth, Allgemeine Zeichenlehre. 2. Aufl. Stuttgart 1979